

DOI: 10.12401/j.nwg.2023014

基于逐级迭代插值的重力数据扩边方法研究

许海红¹, 王宝文^{1,*}, 周俊林¹, 姜亭¹, 韩小锋¹, 赵飞¹, 袁炳强², 马杰³

(1. 中国地质调查局西安地质调查中心/西北地质科技创新中心, 陕西 西安 710054; 2. 西安石油大学地球科学与工程学院, 陕西 西安 710065; 3. 陕西省矿产地质调查中心, 陕西 西安 710068)

摘要: 为了研究考虑异常变化特征的扩边插值方法, 笔者使用理论重力异常模拟提取的 1:5 万重力数据进行研究。通过 Surfer 软件中 7 种插值方法的比较, 认为径向基函数法在数据扩边时能够获得较好的结果。在此基础上, 笔者提出逐级迭代插值的思路并优选扩边参数如下: ①核函数为多重二次曲面核函数。②搜索扇区为 4 个。③搜索点数为 64 个。④搜索半径 R_1/R_2 为 6/18, 且 R_2 平行于异常整体走向。⑤搜索角度选为当搜索半径长轴 R_2 平行于异常走向时的角度。⑥ R^2 参数一般为 0~1。其中, 首次扩边时 R^2 参数根据边界点残差对比结果选定, 其余各级扩边时 R^2 参数选 0.1 即可。银额盆地西部 LY 区块实际资料扩边应用时, 采用“三步法”进行插值能够将外扩与内插参数联合考虑, 扩边结果显示扩边区与实测区衔接处的重力异常连续光滑, 扩边区较好的反映了异常整体趋势和局部变化特征。

关键词: 重力数据; 扩边方法; 逐级迭代; 插值参数

中图分类号: P631.1

文献标志码: A

文章编号: 1009-6248(2023)02-0306-16

Research on the Method of Gravity Data Edge Expanding Based on Step By Step Iterative Interpolation

XU Haihong¹, WANG Baowen^{1,*}, ZHOU Junlin¹, JIANG Ting¹, HAN Xiaofeng¹, ZHAO Fei¹, YUAN Bingqiang², MA Jie³

(1. Xi'an Center of Geological Survey / Northwest China Center for Geoscience Innovation, China Geological Survey, Xi'an 710054, Shaanxi, China; 2. School of Earth Sciences and Engineering, Xi'an Shiyou University, Xi'an 710065, Shaanxi, China; 3. Shaanxi Mineral Resources and Geological Survey, Xi'an 710068, Shaanxi, China)

Abstract: In order to study the edge expanding interpolation method considering the variation characteristics of gravity anomaly, we used 1:50 000 gravity data obtained from theoretical gravity anomaly simulation for research. Through the comparison of 7 interpolation methods in surfer software, it is considered that the radial basis function method can obtain better results in data expanding. On this basis, the idea of step by step iterative interpolation is proposed and the expanding parameters are optimized as follows: ① The kernel function is multi-quadric function, ② The number of sectors to research is 4, ③ The maximum number of data to use from all sectors is 64, ④ The search radius $R_1/R_2=6/18$, and the radius R_2 parallels to the main strike of the anomaly, ⑤ The search angle was selected when the search radius R_2 is parallels to the main strike of the anomaly, ⑥ The

收稿日期: 2022-06-08; 修回日期: 2022-12-29; 责任编辑: 吕鹏瑞

基金项目: 中国地质调查局项目“全国氦气资源潜力评价与战略选区调查”(DD20221665), 陕西省自然科学基金基础研究-面上项目“基于地球物理多元属性的银额盆地西部火成岩识别方法研究”(2023-JC-YB-273)联合资助。

作者简介: 许海红(1984-), 男, 高级工程师, 主要从事油气资源勘查研究工作。E-mail: honghaibeibe@163.com。

* 通讯作者: 王宝文(1984-), 男, 高级工程师, 主要从事油气资源潜力评价工作。E-mail: wang_bw@163.com。

R^2 parameter is generally between 0 and 1, among them, R^2 parameter is selected according to the residual error comparison results of boundary points when expanding for the first time, and 0.1 parameter can be selected for other levels of expanding. In the application of actual data edge expanding of LY block in west of Yin'e basin, the "three-step method" can be used for interpolation to jointly consider the external expanding and internal interpolation parameters. The expanding results show that the gravity anomaly at the junction of the expanding area and the measured area is continuous and smooth, and the expanding area better reflects the main strike and local variation characteristics of the anomaly.

Keywords: gravity data; edge expanding method; step by step iterative; interpolation parameters

在位场数据的处理过程中, 由于实测数据的有限性以及处理方法的需要, 势必导致数据的边部在处理中损失(段本春等, 1997; 张志厚等, 2013; 徐如刚等, 2021)。为了避免边部数据的损失, 往往需要对数据进行扩边(段本春等, 1997; 张志厚等, 2013), 人为地将原实测场范围向外扩充一个区域(毛小平等, 1998)。采用不同的方法会对数据扩边结果产生不同的影响, 最常见的问题是扩边结果与实际数据之间产生一定的畸变(王万银等, 2009), 从而产生一定的边界效应, 并使数据处理结果的精度降低。因此, 研究一种较好的扩边方法提高扩边精度, 可以尽量减小边界效应的影响, 是充分利用实测数据进行处理与解释的重要环节。

扩边实质上是信号的外推过程(王万银等, 2009; 曾小牛等, 2019, 2020), 它是通过插值算法利用已知区域的位场值估计出未知区域的位场值(李盼等, 2018)。因此, 使用的扩边方法必须能够反映位场数据的区域变化特征, 而且扩边后的数据与原始数据的衔接处应连续且光滑(王万银等, 2009), 不能出现大幅度跳跃(姚长利等, 2003)。前人针对位场异常分离(段本春等, 1997), 垂向导数求取(肖锋等, 2008; 王万银等, 2009; 李盼等, 2018)、异常延拓(王万银等, 2009; 张志厚等, 2013; 刘芬等, 2019)等处理方法的特点, 通过理论模型和实测数据的比较, 分析了补零扩边方法、对折扩边方法、区域场扩边方法(段本春等, 1997)、余弦扩边法(段本春等, 1997; 王万银等, 2009)、最小曲率法(王万银等, 2009)、三方向扩边法(马国庆等, 2010)、泛克里格(李盼等, 2018)等方法的扩边效果和处理精度; 提出了综合考虑重力数据填充、扩边、下延一体化或重力数据同时填充、扩边和去噪的凸集投影方法(曾小牛等, 2019, 2020), 采用线性三角插值(徐如刚等, 2021)方法, 以插值切割法为例, 研究了扩边尺度对重力异常分层分离结果的影响。

通过以往研究可见, 前人讨论扩边方法主要集中于对位场的处理或转换结果进行精度比较, 而基于位场原始异常变化特征考虑的插值扩边方法研究较少(吴洪彬, 2012); 另外, 已有扩边方法大多基于网格数据进行研究(王万银等, 2009; 曾小牛等, 2019, 2020), 然而实际观测的数据往往不是网格数据(王万银等, 2009), 测线方向通常并非南北向或东西向(骆遥等, 2016), 而是尽可能的垂直于构造走向或所研究异常的走向, 且异常编图时要求尽可能使用周边的原始数据进行扩边(中华人民共和国国土资源部, 2015)。基于上述原因, 笔者以 1:5 万重力数据为例, 采用 Surfer 软件进行扩边插值比较, 依据原始数据直接进行扩边插值方法试验与优选, 提出了考虑异常变化特征的扩边方法与参数。

1 数据准备与方法初选

1.1 扩边插值数据准备

根据研究需要, 设计由 3 个板状体组成的地质模型(表 1), 采用 RGIS 软件正演计算出 17 km×17 km 范围内的理论重力异常(图 1)(本文中等级值线图的间距均为 0.2 mGal), 异常走向为 45°, 形成 200 m×200 m 点距的矩形网格理论异常 GRD 文件。根据 1:5 万重力调查规范, 在理论异常中模拟部署点线距为 250 m×500 m 的工区(图 1), 为了更有效的比较不同角度对扩边的影响情况, 本次设计测线方位为 328°, 工区大小为 6 km×6 km, 工区内测线 13 条, 每条测线 25 个点, 合计 325 个点, 根据这 325 个点的坐标从理论异常中提取重力值作为“实测值”。参考规范要求(中华人民共和国国土资源部, 2015)(扩边距离大于 2 km), 设计本次扩边距离为 2.5 km, 扩边区采用 250 m×500 m 的点线距进行布点, 根据扩边点与实测点边界的距离大小(设距离为 d), 将扩边区分为 5 级(图 1), 由近

及远分别为第 1 级 (250 m ≤ d ≤ 500 m, 共 110 点), 第 2 级 (750 m ≤ d ≤ 1 000 m, 共 126 点)、第 3 级 (1 250 m ≤ d ≤ 1 500 m, 共 142 点)、第 4 级 (1 750 m ≤ d ≤ 2 000 m,

共 158 点)、第 5 级 (2 250 m ≤ d ≤ 2 500 m, 共 174 点); 将这 5 级点称为“待扩边点”, 根据这 5 级点的坐标从理论异常中提取重力值作为“已知的扩边值”。

表 1 理论模型参数

Tab. 1 Parameters of the theoretical model

模型编号	角点坐标(m)	顶面埋深(m)	底面埋深(m)	密度差(g/cm ³)
A	(10 774, 14 001), (10 244, 14 532), (2 466, 6 754), (2 996, 6 223)	500	1 500	0.5
B	(12 731, 12 047), (12 024, 12 755), (4 246, 4 976), (4 953, 4 269)	600	1 600	0.5
C	(14 521, 10 254), (13 990, 10 785), (6 212, 3 007), (6 742, 2 476)	500	1 500	0.5

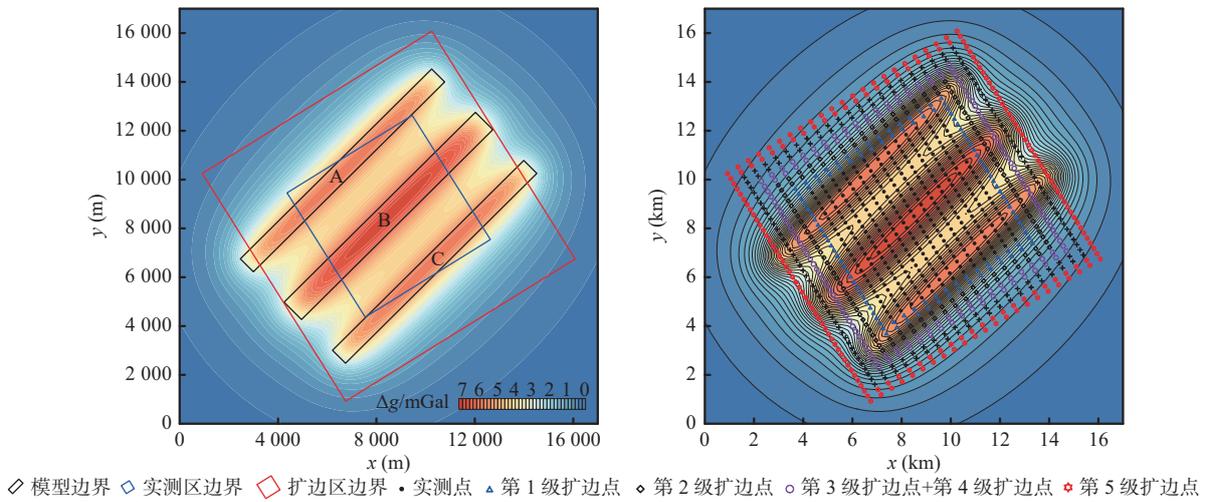


图 1 理论模型重力异常及点位分布图

Fig. 1 Gravity anomaly of theoretical model and the points distribution

要完成数据的扩边首先需要确定扩边端点范围, 为了使扩边 2.5 km 的区域获得扩边结果, 扩边插值范围应包含第 5 级扩边点坐标的范围(图 1), 又考虑到为了便于与理论异常进行差值对比, 将本次扩边插值范围设置为 0~17 km。结合已有研究成果(许海红等, 2015), 将插值间距设置为 0.2 km×0.2 km; 在扩边方法优选时, 根据外扩 5 级点“已知的扩边值”分别进行残差计算, 使用标准偏差来比较扩边精度(许海红等, 2021)。

1.2 扩边插值方法选择

在众多的商业化软件中, Surfer 软件以其方便、直观、快捷、安装简单、对系统要求低等优点得到广大地球物理工作者的青睐(刘兆平等, 2010; 白世彪等, 2012)。基于地学研究工作的需要(陈欢欢等, 2007; 刘兆平等, 2010; 白世彪等, 2012)介绍了 Surfer 软件的插值方法并进行了实例分析; 基于重力数据网格化的需要(庞振兴等, 2008; 吴太旗等, 2008; 王兆国等, 2013; 许海红等, 2015)优选了精度较高的插值方法并

讨论了参数设置对插值结果的影响。整理前人研究可见, Surfer 在数据插值方面应用广泛且能够获得较好的插值结果。但是, 以往关于 Surfer 插值方法的研究主要是对已知点分布区域插值结果的讨论, 而针对已知点之外的空白区域, 使用 Surfer 进行插值扩边的研究较少(吴卫国, 2015; 曾小牛等, 2020)。目前, Surfer 中的插值方法有 13 种, 已有研究表明, 在 1 : 5 万重力数据网格化时, 局部多项式(Local polynomial)、多项式回归(Polynomial regression)、移动平均(Moving average)、数据度量(Data metrics)这 4 种方法插值精度均较低, 最近邻点法(Nearest neighbor)插值结果不符合重力场空间变化特征(许海红等, 2015)。此外, 协同克里格法(Cokriging)需要同时考虑 2 类信息对插值结果的影响(孙文等, 2015), 而本文中只涉及重力场自有信息、不涉及其他场源信息, 所以上述 6 种插值法本次不予考虑。综上所述, 笔者选择带线性插值的三角剖分法(Triangulation with liner interpolation)、自然邻点(Natural neighbor)、改进谢别德(Modified

shepard's method)、加权反距离 (Inverse distance to a power)、径向基函数 (Radial basis function)、克里格 (Kriging) 和最小曲率 (Minimum curvature) 等 7 种方法, 针对重力数据插值扩边效果进一步深入研究。

根据工区内 325 个“实测值”, 使用上述 7 种方法进行插值扩边; 采用工区内已知点和扩边区的 5 级点分别进行残差分析, 比较各级“已知的扩边值”与通过“实测值”插值扩边后形成的扩边值之间的误差, 将插值误差的标准偏差作为评价标准(范威等, 2021)。

由于改进谢别德法插值误差较大, 带线性插值的三角剖分和自然邻点法在外扩区均未形成“扩边值”, 因此该 3 种方法不能满足本次数据扩边(表 2)。其余 4 种方法中, 当扩边距离较小时(图 2)(外扩第 1 级~外扩第 3 级), 加权反距离法的插值误差最大, 径向基函数法和克里格法插值误差较小, 最小曲率法的插值误差最小; 而当扩边距离较大时(图 2)(外扩第 4

级~外扩第 5 级), 加权反距离法的插值误差最小, 径向基函数法和克里格法插值误差较小, 最小曲率法的插值误差最大。根据这 4 种方法之间的横向对比可见, 随着扩边距离的增大, 加权反距离法的插值误差由大变小, 最小曲率法的插值误差由小变大, 表明这 2 种方法插值精度随着距离的变化会发生明显的跳跃变化, 这也说明加权反距离和最小曲率法扩边插值的整体精度不稳定, 而径向基函数法和克里格法扩边插值的整体精度相对稳定。综合比较这 4 种插值方法的整体插值效果, 认为径向基函数法和克里格法的扩边插值效果好于加权反距离法和最小曲率法。此外, 根据实测数据边界附近(外扩第 1 级~外扩第 3 级)的插值精度结果对比可见, 径向基函数法插值精度高于克里格法, 且径向基函数法在内部点插值时精度也最高(图 2)。因此, 从整体和局部的插值效果来考虑, 认为径向基函数法的插值结果最优, 笔者选择径向基函数法进行插值扩边。

表 2 不同插值方法标准偏差结果

Tab. 2 Standard deviation results of different interpolation methods

插值方法	内部点	外扩第1级	外扩第2级	外扩第3级	外扩第4级	外扩第5级
带线性插值的三角剖分法	0.041 2	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A
自然邻点	0.049 7	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A
改进谢别德	133	11 593	32 642	5	#N/A	#N/A
加权反距离	0.209 3	1.005 6	1.339 8	1.362 8	1.224 4	0.943 0
径向基函数	0.023 0	0.493 8	0.936 7	1.188 8	1.281 8	1.262 5
克里格	0.041 5	0.558 4	0.979 7	1.190 9	1.250 6	1.196 9
最小曲率	0.088 2	0.419 8	0.838 6	1.179 7	1.441 9	1.619 6

注: #N/A 表示在扩边区未形成“扩边值”。

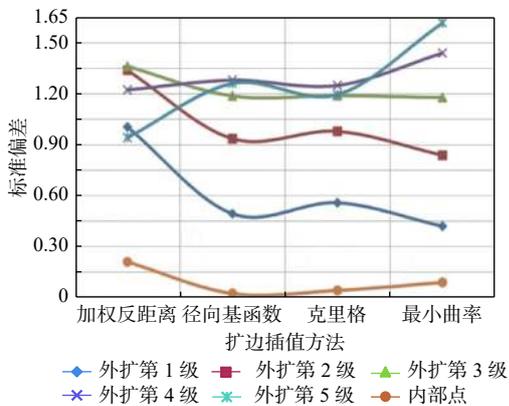


图 2 不同插值方法标准偏差曲线

Fig. 2 Standard deviation curves of different interpolation methods

2 径向基函数法扩边参数优选

径向基函数法插值过程中的相关参数对插值结果有一定的影响, 为了研究这些参数在数据扩边时的影响情况, 参考已有研究(许海红等, 2021), 对核函数、 R^2 参数(平滑因子)、搜索参数等指标进行优选。

2.1 扩边插值的核函数

比较 5 种核函数的插值精度, 其余参数设置如下: R^2 参数为 0.1; 在各向异性中, 比率为 1, 角度为 0° ; 搜索扇区个数为 4, 从所有扇区使用的最大的数据个数为 64, 从每个扇区使用的最大的数据个数为 16, 所有扇区的最小数据个数(更少则白化节点)为 8, 如果空

白扇区多于3个,则白化节点;在搜索选项中,半径设置为 $R_1=R_2=6$,角度为 0° 。

对比发现,不同核函数插值结果差异明显,随着扩边距离的增大,薄板样条、多重对数和自然三次样条这3种核函数的标准偏差值均逐级变大,说明这3种核函数的插值精度在逐级降低;反多重二次曲面核函数在扩边距离较小时标准偏差值大,而扩边距离较大时标准偏差值变小,可见它的插值精度逐级波动变化较大;多重二次曲面核函数的各级标准偏差值相对均较小,说明该核函数的插值精度相对较高且比较稳定(表3,图3)。因此,综合考虑外扩区各级插值效果,本次选择多重二次曲面核函数进行扩边。

表3 5种核函数标准偏差结果

Tab. 3 Standard deviation results of five kernel functions

核函数	外扩第1级	外扩第2级	外扩第3级	外扩第4级	外扩第5级
薄板样条	0.368 5	1.035 3	1.764 6	2.411 0	3.080 3
多重对数	0.566 2	1.136 9	1.470 5	1.735 2	2.445 7
多重二次曲面	0.408 7	0.877 9	1.196 8	1.347 9	1.375 1
反多重二次曲面	0.737 6	1.184 8	1.306 4	1.231 3	0.994 4
自然三次样条	0.357 5	1.183 9	2.252 9	3.389 0	4.418 1

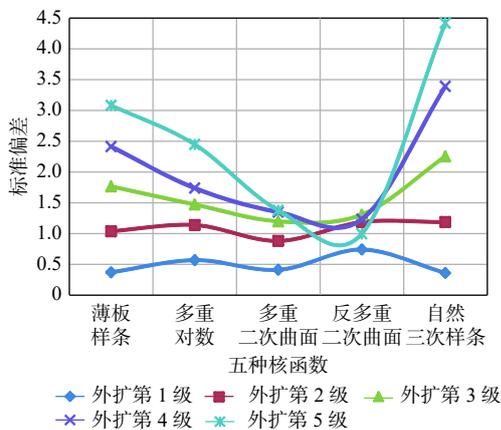


图3 5种核函数标准偏差曲线

Fig. 3 Standard deviation curves of five kernel functions

2.2 扩边插值的 R^2 参数

R^2 参数是影响插值精度的一个重要因素(许海红等, 2021), 根据已有研究将 R^2 参数设置为 0~10 等 12 个变量进行比较, 其中, 核函数选为多重二次曲面, 其余参数与扩边插值核函数的其余参数设置相同。

随着外扩距离的不同, R^2 参数对插值结果的影响情况也不同, 当距离较近($d \leq 1000$ m)时, 随着 R^2 的增大, 插值精度先变小再变大且变化范围较小; 当距

离较远($d \geq 1500$ m)时, 随着 R^2 的增大, 插值精度逐渐变大且变化范围较大(表4, 图4)。不论外扩距离远近, 当 R^2 在 0~1 区间时, 与 R^2 处于 1~10 区间相比而言其插值结果均较稳定。根据第 1、2 级插值精度变化情况(当 R^2 在 1 左右时精度最小), 又考虑到第 3、4、5 级插值结果(当 R^2 在 0 附近时精度最小)。笔者以距离较近处的插值结果为主, 适当兼顾外扩距离较远时的插值情况, 综合考虑将 R^2 初步选定为 0.8。

表4 不同 R^2 标准偏差结果

Tab. 4 Standard deviation results of different R^2

R^2	外扩第1级	外扩第2级	外扩第3级	外扩第4级	外扩第5级
0	0.558 4	0.979 7	1.190 9	1.250 4	1.189 2
0.1	0.408 7	0.877 9	1.196 8	1.347 9	1.375 1
0.2	0.360 8	0.844 2	1.209 9	1.408 9	1.474 6
0.4	0.312 5	0.810 5	1.235 0	1.507 8	1.624 5
0.6	0.287 6	0.794 8	1.256 2	1.587 2	1.740 4
0.8	0.271 5	0.786 9	1.273 8	1.652 5	1.835 7
1	0.259 3	0.782 7	1.288 3	1.706 6	1.917 1
2	0.221 1	0.787 8	1.362 1	1.896 1	2.239 0
4	0.232 4	1.108 9	2.036 4	2.764 8	3.576 8
6	0.231 0	0.997 7	2.076 5	2.944 1	3.932 3
8	0.270 8	1.206 2	2.197 4	2.855 6	4.950 8
10	0.349 4	1.505 3	3.180 9	4.226 2	6.503 0

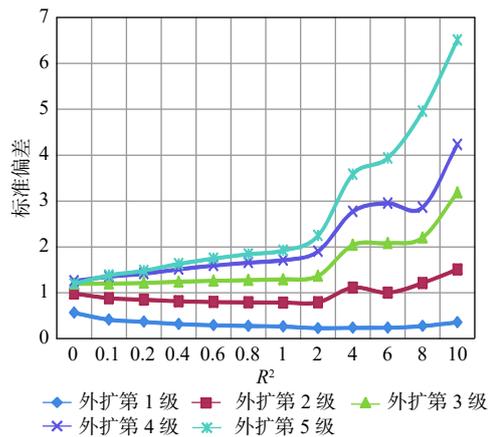


图4 不同 R^2 标准偏差曲线

Fig. 4 Standard deviation curves of different R^2

2.3 扩边插值的搜索参数

2.3.1 搜索半径与角度

搜索半径和搜索角度会影响插值精度, 依据已有研究成果, 本次插值扩边选择搜索扇区为 4 个(杜红悦等, 2009; 张锦明等, 2013; 许海红等, 2021), 设计搜

索半径为 5 组、搜索角度为 6 种进行对比, 其中, 核函数为多重二次曲面, R^2 为 0.8, 各向异性比率=搜索半径之比= R_1/R_2 , 各向异性角度=搜索角度, 其余参数与扩边插值核函数的其余参数设置相同。

由外扩第 1 级点的残差分析结果可见, 当搜索半径 R_1/R_2 等于 1 时, 角度变化对标准偏差值的影响较小; 当 R_1/R_2 小于 1 时, 角度较小时标准偏差值大, 而角度较大时标准偏差值小; 当 R_1/R_2 大于 1 时, 标准偏差结果与小于 1 时刚好相反(表 5, 图 5)。外扩区插值精度与内部测点/测线方位相关性不强, 而与异常走向关系密切, 当搜索半径的长轴平行于异常走向时, 标准偏差值较小; 当搜索半径的长轴垂直于异常走向时, 标准偏差值较大。相同半径下标准偏差结果随着角度的变化呈规律变化的特征, 而且当搜索半径 R_1 为 6、 R_2 为 12、搜索角度为 135° 时(此时的搜索半径长轴平行于异常走向), 获得的标准偏差值相对最小, 插值精度最高(表 6、图 6)。

表 5 外扩第 1 级点的标准偏差结果

Tab. 5 Standard deviation results of the first level expanding points

$R_1 \sim R_2$	6~12	6~9	6~6	9~6	12~6	
各向异性比率	0.5	0.667	1	1.5	2	
搜索角度=各向异性角度	0°	0.305 9	0.255 0	0.271 5	0.331 0	0.367 4
	32°	0.429 7	0.361 7	0.286 1	0.252 9	0.258 6
	45°	0.550 3	0.389 8	0.279 6	0.226 3	0.205 5
	90°	0.269 4	0.282 5	0.271 5	0.285 0	0.335 5
	122°	0.178 5	0.212 7	0.286 1	0.375 8	0.453 2
	135°	0.138 5	0.190 8	0.279 6	0.381 6	0.487 2

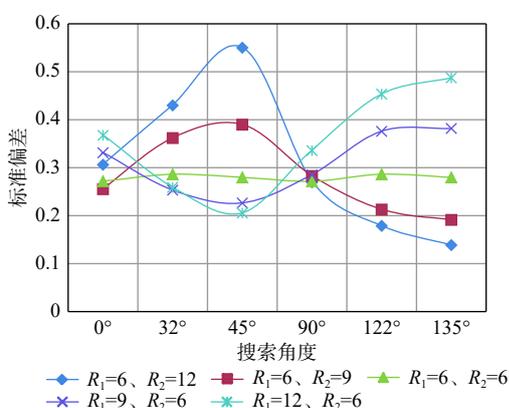


图 5 外扩第 1 级点的标准偏差曲线

Fig. 5 Standard deviation curves of the first level expanding points

表 6 半径 $R_1=6$ 、 $R_2=12$ 时外扩区标准偏差结果

Tab. 6 Standard deviation results of expanding area when radius $R_1=6$ and $R_2=12$

角度	外扩第 1 级	外扩第 2 级	外扩第 3 级	外扩第 4 级	外扩第 5 级
0°	0.305 9	0.872 1	1.510 4	2.013 7	2.348 5
32°	0.429 7	1.363 4	2.483 3	3.431 0	3.935 9
45°	0.550 3	1.425 8	2.093 3	2.670 1	3.037 4
90°	0.269 4	0.964 3	1.680 2	2.149 8	2.306 7
122°	0.178 5	0.556 7	0.959 4	1.271 8	1.427 3
135°	0.138 5	0.456 0	0.893 8	1.256 6	1.460 1

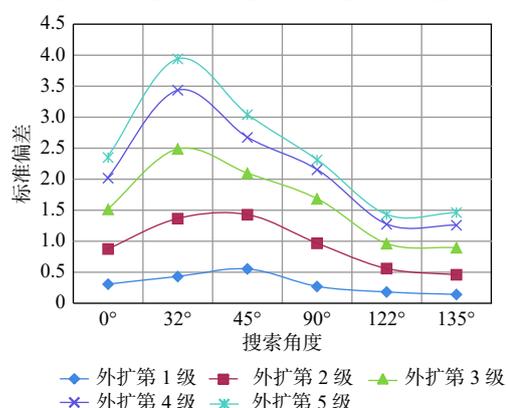


图 6 半径 $R_1=6$ 、 $R_2=12$ 时外扩区标准偏差曲线

Fig. 6 Standard deviation curves of expanding area when radius $R_1=6$ and $R_2=12$

2.3.2 搜索半径再比较

由不同半径下插值结果变化趋势可见, 在搜索角度为 135° 时, 如果 R_1 与 R_2 之比更小(图 5), 插值精度是否会更高? 基于此, 选取 5 种组合半径($R_1/R_2 < 1$)再比较, 其中, 各向异性比率= R_1/R_2 , 其余参数与搜索半径与角度的其余参数设置相同。

随着搜索半径 R_1/R_2 的逐渐减小, 标准偏差结果由大变小后变大(表 7, 图 7)。综合比较外扩各级插值精度结果, 本次优选的搜索半径为 $R_1=6$ 、 $R_2=18$, 搜索角度为 135° 。

表 7 不同搜索半径外扩区标准偏差结果

Tab. 7 Standard deviation results of expanding area with different search radius

半径 $R_1 \sim R_2$	各向异性比率	外扩第 1 级	外扩第 2 级	外扩第 3 级	外扩第 4 级	外扩第 5 级
6~9	0.667	0.190 8	0.606 3	1.110 6	1.516 0	1.728 1
6~12	0.5	0.138 5	0.456 0	0.893 8	1.256 6	1.460 1
6~18	0.333	0.073 8	0.274 3	0.632 7	0.887 9	1.039 5
6~24	0.25	0.057 4	0.264 5	0.596 9	0.902 5	1.087 1
6~30	0.2	0.079 3	0.324 5	0.758 0	1.169 0	1.571 8

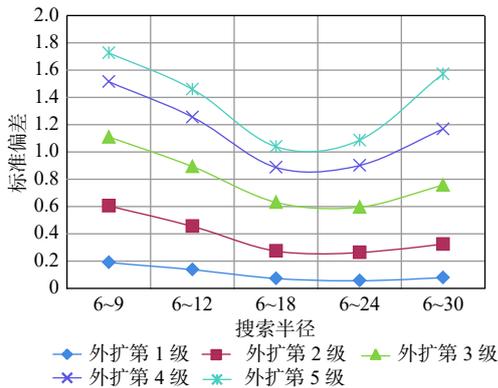


图7 不同搜索半径外扩区标准偏差曲线

Fig. 7 Standard deviation curves of expanding area with different search radius

2.3.3 搜索点数

搜索点的数量对插值结果也有一定的影响,参照前人研究成果(许海红等, 2021),笔者将从所有扇区使用的最大的搜索点数设为48、64、80和96等4种进行对比。

随着最大搜索点数的逐渐增多,尽管有个别(外扩第4级)标准偏差值逐渐变小,但整体结果表现为先变小后变大,且当搜索点个数为64~80时,标准偏差值相对最小(表8,图8)。综合考虑认为,选择最大搜索点数为64个时可以得到满意的扩边结果。

表8 不同搜索点数外扩区标准偏差结果

Tab. 8 Standard deviation results of expanding area with different search points

搜索点数	48	64	80	96
外扩第1级	0.078 1	0.073 8	0.095 7	0.103 7
外扩第2级	0.362 8	0.274 3	0.277 9	0.308 8
外扩第3级	0.690 9	0.632 7	0.556 1	0.583 4
外扩第4级	0.976 7	0.887 9	0.867 3	0.863 2
外扩第5级	1.134 5	1.039 5	1.041 5	1.076 5

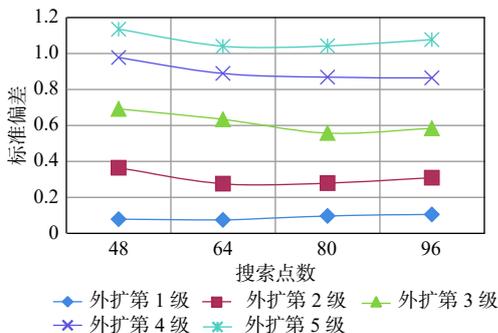


图8 不同搜索点数外扩区标准偏差曲线

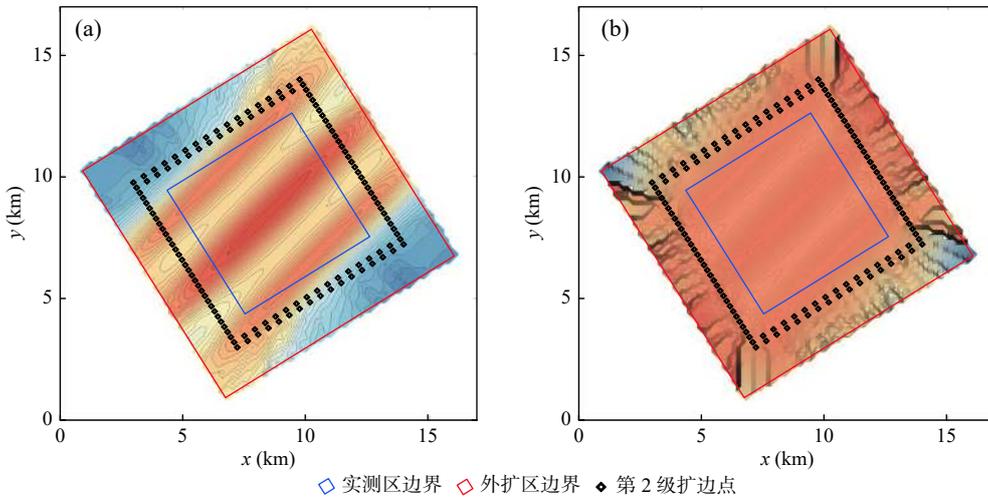
Fig. 8 Standard deviation curves of expanding area with different search points

3 逐级插值验证与扩边实现

根据以上对比可见,在进行插值扩边时径向基函数法能够获得较好的扩边效果,优选的各类插值参数为:①多重二次曲面核函数。② R^2 参数为0~1(笔者初选为0.8)。③搜索扇区选为4个。④最大搜索点数为64个。⑤搜索半径 $R_1/R_2=6/18=$ 各向异性比率=0.333。⑥搜索角度=各向异性角度=135°。采用这些参数进行插值扩边并绘制成图(图9a),与仅考虑实测点内部的最优插值结果(图9b)(注:内部区使用径向基函数法插值时各项参数为:①自然三次样条核函数。② R^2 参数为0~1(笔者选为0.8)。③搜索扇区选为4个。④最大搜索点数为80个。⑤各向异性比率=搜索半径 $R_1/R_2=6/9=0.667$ 。⑥各向异性角度=搜索角度=32°)。对比可见:当仅考虑内部实测区插值精度时(图9b),外扩区异常不能较好的保持内部区异常走向特征及延伸趋势;当仅考虑外扩区插值精度时(图9a),其使用的插值参数对于内部区插值而言并不是最优的(表9);外扩距离较远($d \geq 1000$ m,即第2级扩边点外)时,扩边区异常等值线存在不同程度的扭曲现象。

为了能够有效的解决内插和外扩参数不一致的问题,笔者将外扩和内插分开考虑、各自实现:在外扩的最优结果中提取“待扩边点”的异常并赋值,将“赋值的扩边点”添加到已知实测点中并用优选的内插参数进行插值达到扩边的目的;为了使整个外扩区的扩边数据连续光滑、不出现大幅度跳跃且能够反映场源区异常变化趋势,采取渐变扩充的方法更符合位场的特点(姚长利等, 2003)。因此,笔者采用多次迭代插值外推的方法,由近到远将上一级扩边的结果添加到已知点中再进行下一级的扩边,根据外扩点分布距离进行逐级插值扩边。

逐级插值扩边的思路与步骤为:①根据本文第2节优选的最佳参数对已知点(325个“实测点”)进行插值扩边形成GRD文件。②根据外扩第1级110个“待扩边点”的坐标,从最佳扩边结果GRD文件中提取扩边异常值,并赋给第1级“待扩边点”,形成第1级“赋值的扩边点”。③将第1级“赋值的扩边点”添加到已知点中,然后再用这些点(325+110=435个点)进行插值。④根据③的插值结果,用外扩第2



a.首次外扩插值结果; b.仅考虑内部点插值结果

图 9 两组最优参数对应的外扩和内插结果

Fig. 9 External and internal interpolation results corresponding to two sets of optimal parameters

表 9 仅考虑内部或外部最佳参数时外扩区标准偏差结果

Tab. 9 Standard deviation results of expanding area when only considered internal or external optimal parameters

参数选取	内部点	外扩第 1 级	外扩第 2 级	外扩第 3 级	外扩第 4 级	外扩第 5 级
仅考虑外扩最佳参数时	0.016 59	0.073 8	0.274 3	0.632 7	0.887 9	1.039 5
仅考虑内插最佳参数时	0.016 56	0.423 5	1.745 4	3.798 4	6.076 2	8.821 9

级 126 个“已知的扩边值”进行残差分析,求取最佳扩边结果。⑤根据第 2 级“待扩边点”坐标,从④的最佳扩边结果中提取扩边异常值,并赋给第 2 级“待扩边点”,形成第 2 级“赋值的扩边点”。⑥采用③~⑤的思路如此继续迭代扩边,直到获得第 5 级“赋值的扩边点”。当采用逐级迭代插值的方法获得外扩区所有的“赋值的扩边点”后,将其全部添加到内部“实测点”中,再使用内部点最优参数进行插值,最终实现数据的扩边。

3.1 扩边参数验证与优选

根据上述优选的最佳外扩参数进行一次插值后提取得到外扩第 1 级“赋值的扩边点”,为了进一步比较和验证最佳扩边参数的适用性,将外扩第 1 级“赋值的扩边点”添加到已知点中形成一组新的数据,通过外扩第 2、3、4、5 级“已知的扩边值”进行残差分析,验证核函数、 R^2 参数、搜索参数的选取情况。

3.1.1 核函数验证与优选

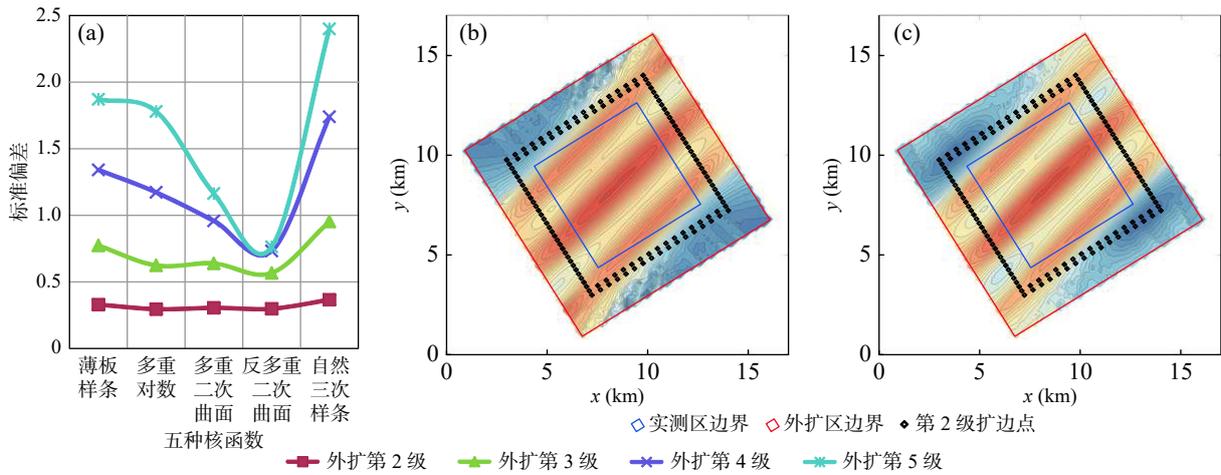
核函数是数据插值时首先应确定的重要参数,为了比较 5 种核函数的差异,将其他参数统一设置与图 9a 中参数相同进行比较。通过对已知点添加第 1 级“赋值的扩边点”插值后外扩各级残差结果可见(图 10),随着外扩距离的增大,5 种核函数的标准偏

差值均逐级增大(图 10a),其中,多重二次曲面与反多重二次曲面这 2 种核函数的标准偏差值相对均较小,说明这 2 种核函数插值精度均较高。根据 2 种插值结果绘制平面图可见(图 10b、图 10c),反多重二次曲面核函数在第 2 级扩边点附近更容易形成局部圈闭,这与原始异常形态差异较大,对于下一级外扩点的迭代插值会造成明显影响。因此,根据插值精度和插值效果对比认为多重二次曲面核函数在扩边插值时效果更好。

3.1.2 R^2 参数验证与优选

为了验证添加“赋值的扩边点”后 R^2 参数变化对插值结果的影响,参考前文研究设置 R^2 参数为 0~1 之间的 7 个变量进行比较,核函数为多重二次曲面核函数,其余参数与核函数验证优选的其余参数设置相同(图 11a)。

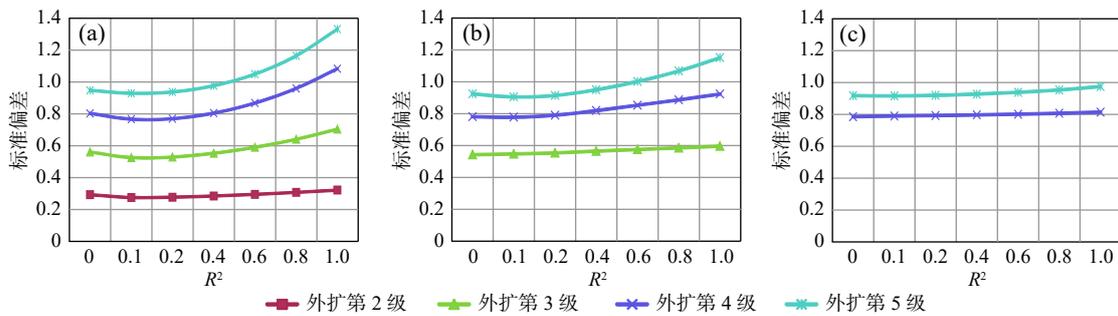
R^2 参数在 0~1 之间逐渐增大时,各级外扩点标准偏差均为先减小再增大,且最小值均位于 0.1 附近(图 11a)。根据扩边插值 R^2 参数的研究结果可知,随着外扩距离的不同, R^2 参数对插值结果的影响情况也不同;但添加第 1 级“赋值的扩边点”后, R^2 参数对不同外扩距离插值精度的影响基本一致(图 11a)。为了进一步落实验证最佳 R^2 参数,继续



a.不同核函数标准偏差结果；b.多重二次曲面核函数扩边结果；c.反多重二次曲面核函数扩边结果

图 10 添加外扩第 1 级“赋值的扩边点”后不同核函数扩边结果

Fig. 10 Edge expanding results of different kernel functions after adding the first level “assigned expanding points”



a.添加外扩第 1 级点后标准偏差；b.添加外扩第 1、2 级点后标准偏差；c.添加外扩第 1、2、3 级点后标准偏差

图 11 添加“赋值的扩边点”后不同 R² 参数扩边的标准偏差曲线

Fig. 11 Standard deviation curves of different R² parameters after adding “assigned expanding points”

将第 1、2、3 级“赋值的扩边点”添加到已知点中再插值扩边分析残差(图 11)。对比发现, R^2 参数变化对插值结果的影响情况基本相似, 当 R^2 参数为 0.1 时得到的标准偏差值均较小, 且插值扩边结果较稳定。因此, 当添加外扩各级“赋值的扩边点”后进行插值扩边时, 选择 R^2 参数为 0.1 可以达到较好的插值效果。

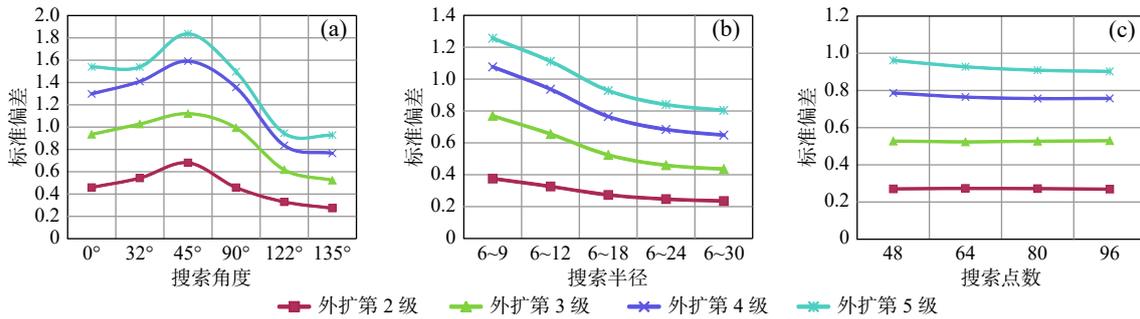
3.1.3 搜索参数验证与优选

在选定最佳核函数与 R^2 参数的基础上, 分别进行搜索角度、搜索半径和搜索点数等最佳参数的验证与优选。根据外扩各级残差统计结果比较可见(图 12), 给已知点添加第 1 级“赋值的扩边点”后与未添加时搜索参数的变化对插值精度的影响规律基本相同。搜索半径固定时, 随着搜索角度的变化, 当搜索半径的长轴与异常走向平行时插值精度高, 而垂直时插值精度低, 当搜索角度为 135° 时(即搜索半径的长轴与异常走向平行时)各级插值精度均较高(图 6、

图 12a)。随着搜索半径之比的不断变小, 标准偏差值逐渐减小, 然而搜索半径之比持续变小之后, 标准偏差值没有明显减小, 插值精度没有显著提升(图 7、图 12b)。对比认为, 搜索半径 R_1/R_2 为 6/18 时获得的插值结果较稳定, 能够满足扩边需求。搜索点数的变化对插值精度的影响情况基本一致, 因此选择最大搜索点数为 64 个即能够获得满意的扩边效果(图 8、图 12c)。标准偏差曲线对比显示(图 6、图 7、图 8、图 12), 在一定范围内搜索角度对插值精度的影响最大, 其次为搜索半径, 搜索点数的影响较小。

综上所述, 笔者优选的最佳扩边插值参数如下:

- ①核函数为多重二次曲面核函数。
- ②搜索扇区为 4 个。
- ③搜索点数为 64 个(即从所有扇区使用的最大的数据个数), 从每个扇区使用的最大的数据个数为 16, 所有扇区的最小数据个数(更少则白化节点)为 8, 如果空白扇区多于 3 个则白化节点。
- ④搜索半径 $R_1=6, R_2=18$ (各向异性比率 $R_1/R_2=0.333$)。
- ⑤搜索角



a.搜索角度验证: $R_1/R_2=6/18$, 最大点数为 64; b.搜索半径验证: 搜索角度为 135° , 最大点数为 64;
 c.搜索点数验证: $R_1/R_2=6/18$, 搜索角度为 135°

图 12 不同搜索参数对应的标准偏差曲线

Fig. 12 Standard deviation curves corresponding to different search parameters

度为 135° (即搜索半径的长轴 R_2 平行于异常走向时的角度, 各向异性角度= 135°)。⑥首次插值扩边时 R^2 参数为 0.8, 其余各级扩边时 R^2 参数为 0.1。

3.2 扩边插值实现

根据上述优选的最佳参数进行逐级迭代插值, 得到外扩 5 级“赋值的扩边点”, 将它们添加到原始数据中, 采用优选参数进行内插(内插参数与图 9b 使用的参数一致), 得到原始数据向外扩边 2.5 km 的插值扩边结果(图 13b), 并将添加了“赋值的扩边点”前后 2 个插值扩边结果与理论异常(图 13a)进行直接求差, 对比扩边效果(图 13c、图 13d)。

对比发现, 逐级迭代插值后外扩区与实测区异常的整体变化特征一致(图 13a、图 13b): 外扩区异常能够较好的保持实测区异常的走向趋势并有一定距离的延伸; 外扩区异常高低变化和展布排列与实测区异常的变化特点相似。已有研究可知, 数据的内插是将离散的不等间距上的数据变成等间距上的规则网格数据(王万银等, 2011); 而数据的扩边是一个外推问题, 是从已知点向未知点进行外推的过程, 与数据的内插相比而言, 数据的扩边具有很大的不确定性, 位场数据也具有逐渐变化的特点。因此, 在数据外扩过程中采用逐级扩边的办法, 根据已知点实测区的位场特征考量未知点外扩区的位场变化趋势进行迭代插值, 能够得到较为合理的扩边结果。当没有添加“赋值的扩边点”时, 扩边区异常与理论异常的直接差等值线发生了明显的扭曲和突变; 当添加“赋值的扩边点”后, 扩边区异常与理论异常的直接差在实测区和扩边区衔接处异常连续光滑变化, 且随着扩边距离的逐渐增大, 扩边区异常逐渐变化无突变(图 13c、图 13d)。

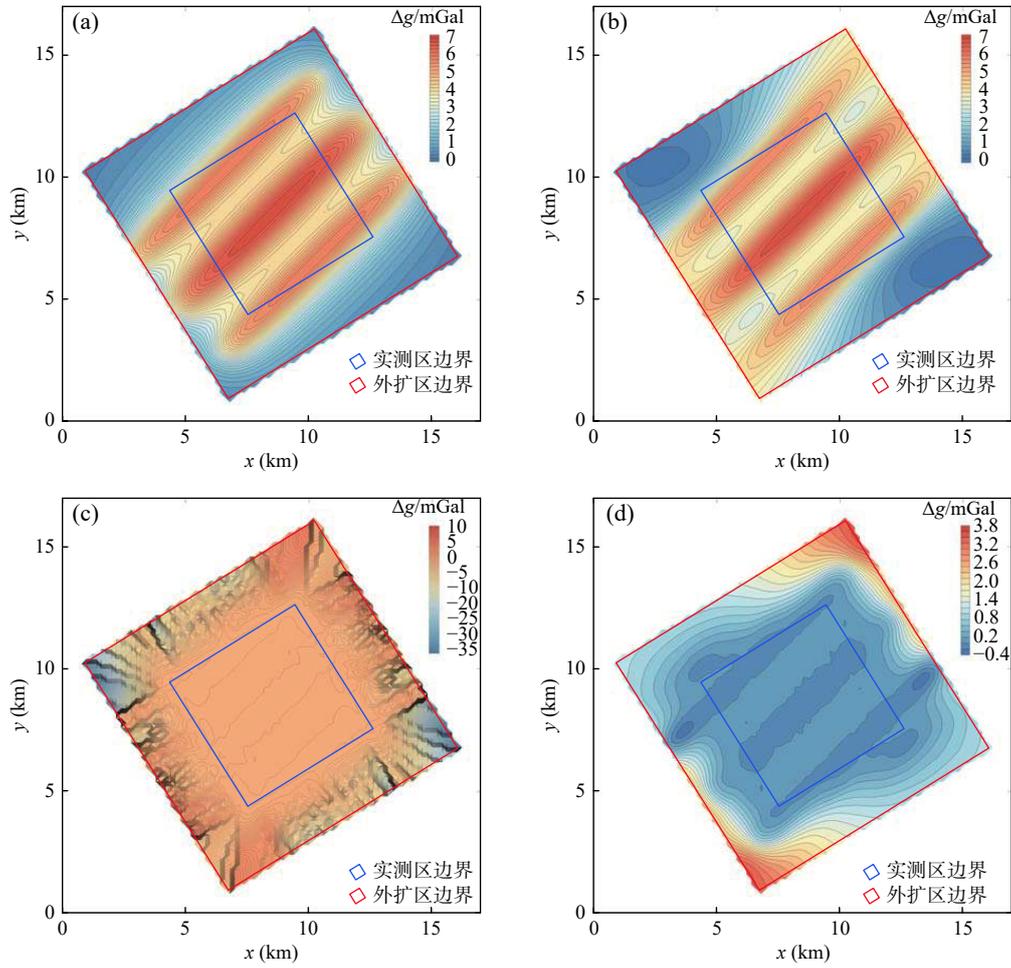
4 扩边讨论与应用实例

4.1 插值扩边讨论

笔者基于图 1 的模型进行了插值扩边效果分析, 根据外扩点的插值精度对比, 优选了扩边核函数等相关参数, 提出了逐级扩边的方法且通过图 13 比较可见, 外扩区异常能够较好的保持了实测区异常的走向特征。然而, 实际中往往存在不同走向或多个走向的异常, 那么在扩边时又该如何考虑相关的搜索参数? 为此, 笔者设计不同走向的新模型进行测试比较, 如图 14 所示, 该新模型(XA、XB、XC)与图 1 模型(A、B、C)的大小埋深对应一致, 新模型的走向与图 1 模型的走向互相垂直。根据该方法采用的不同搜索角度对实测区进行扩边插值, 外扩各级的插值精度统计结果见表 10 与图 15。

根据插值统计结果(图 15)可见, 对于图 14 的新模型而言, 当搜索角度为 45° 时各外扩点对应的插值精度相对较高, 而对于图 1 的模型而言, 搜索角度为 135° 时扩边插值精度相对较高; 对比模型走向及搜索角度的大小可见, 2 个模型的扩边插值结论是一致的, 即当搜索半径的长轴 R_2 平行于异常走向时, 标准偏差值较小, 插值结果最优。

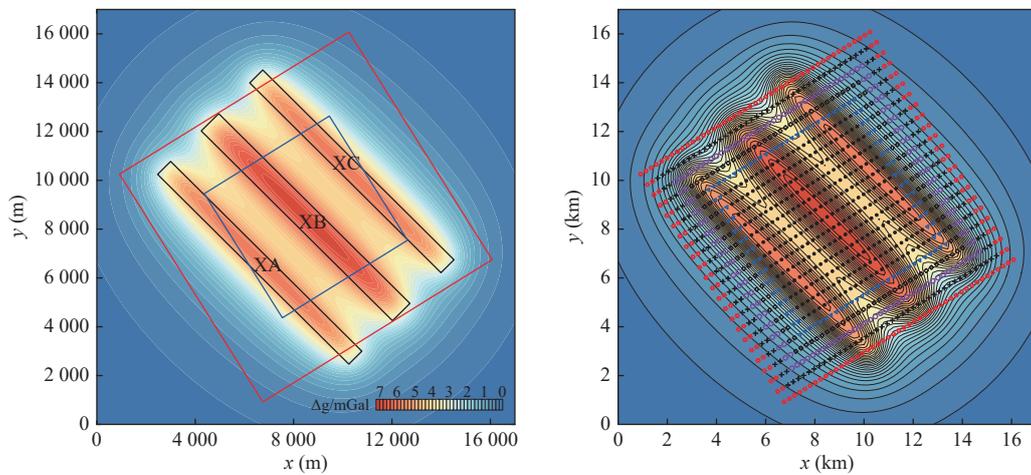
为了进一步测试搜索角度的选取对插值精度的影响情况, 笔者设计了 Y 模型(图 16)。在研究区内存在多个不同走向的异常, 其中 YA 异常走向为 20° , YB 异常走向为 51° , YC 异常走向为 82° , 异常整体走向约为 51° , 测线为南北向, 参考各异常走向和测线方向, 设计 10 个搜索角度进行对比, 外扩各级插值精度统计结果见表 11、图 17。



a.模型正演理论异常; b.实测点添加“赋值的扩边点”后,最优插值结果; c.实测点未添加“赋值的扩边点”时,最优插值与理论异常求差; d.实测点添加“赋值的扩边点”后,最优插值与理论异常求差

图 13 添加“赋值的扩边点”前后扩边结果对比

Fig. 13 Comparison of edge expanding results before and after adding the “assigned expanding points”



◇ 模型边界 ◇ 实测区边界 ◇ 扩边区边界 · 实测点 ◀ 第1级扩边点 ◊ 第2级扩边点 ○ 第3级扩边点 + 第4级扩边点 * 第5级扩边点

图 14 新模型及其理论重力异常

Fig. 14 New model and its theoretical gravity anomaly

表 10 不同搜索角度时新模型的扩边结果

Tab. 10 Edge expanding results of new model with different search angles

搜索角度	0°	32°	45°	90°	122°	135°
外扩第1级	0.310 9	0.154 7	0.073 8	0.498 3	1.172 7	1.047 1
外扩第2级	1.469 0	0.425 1	0.274 3	1.250 4	2.864 1	1.959 9
外扩第3级	2.692 4	0.683 3	0.632 7	1.987 8	5.613 2	4.020 6
外扩第4级	3.559 9	0.896 2	0.887 9	2.647 1	8.488 5	6.570 4
外扩第5级	3.900 9	1.032 8	1.039 5	3.234 0	10.769 7	8.300 4

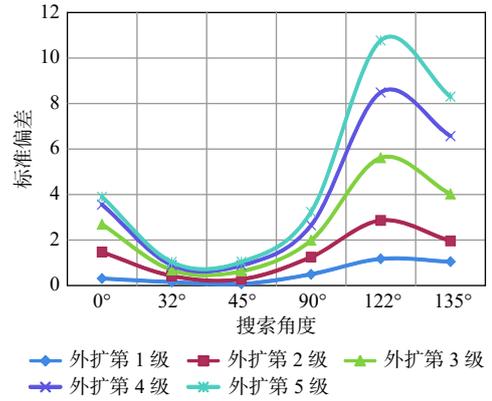
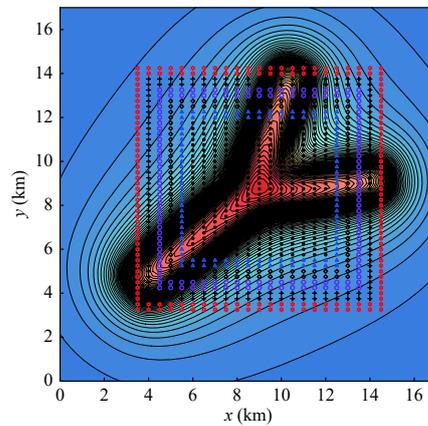
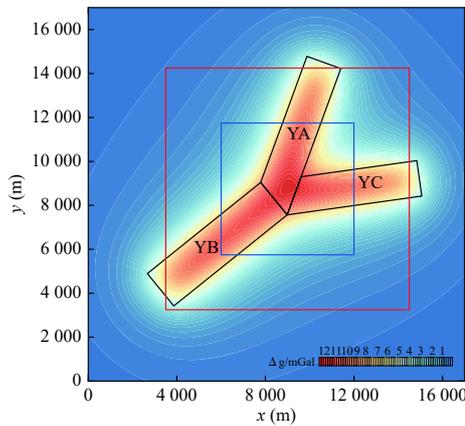


图 15 不同搜索角度时新模型的标准偏差曲线

Fig. 15 Standard deviation curves of new model with different search angles



◇ 模型边界 ◇ 实测区边界 ◇ 扩边区边界 · 实测点 ▲ 第1级扩边点 ◆ 第2级扩边点 ○ 第3级扩边点 + 第4级扩边点 * 第5级扩边点

图 16 Y 模型及其理论重力异常

Fig. 16 Y model and its theoretical gravity anomaly

表 11 不同搜索角度时 Y 模型的扩边结果

Tab. 11 Edge expanding results of Y model with different search angles

搜索角度	外扩第1级	外扩第2级	外扩第3级	外扩第4级	外扩第5级
0°	1.420 8	3.980 2	5.972 6	7.623 2	8.893 5
8°	0.905 9	2.307 5	3.768 9	5.670 9	6.619 1
39°	0.483 8	1.381 8	2.189 5	3.055 7	3.205 6
45°	0.383 3	1.194 1	1.919 7	2.448 3	2.710 7
70°	0.310 8	0.963 3	1.470 3	1.864 8	2.258 2
90°	0.330 9	1.312 8	1.772 6	2.254 8	2.766 3
98°	0.318 6	0.856 1	1.112 9	1.384 5	1.968 1
129°	0.093 5	0.277 6	0.495 8	0.750 9	1.008 3
135°	0.120 6	0.346 5	0.573 7	0.763 5	0.979 1
160°	0.466 1	1.149 9	1.929 4	2.195 8	2.250 4

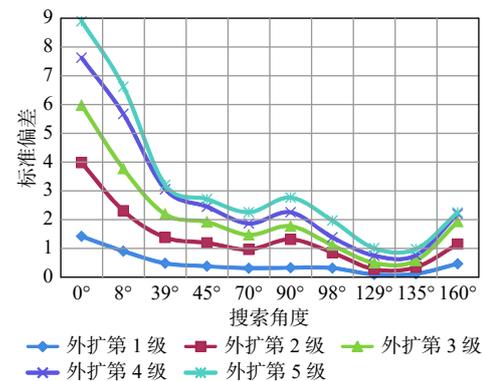


图 17 不同搜索角度时 Y 模型的标准偏差曲线

Fig. 17 Standard deviation curves of Y model with different search angles

不同搜索角度下外扩各级点的精度变化趋势基本一致,即随着搜索角度由小变大,标准偏差结果表现为先变小再增大后变小又增大的变化规律(图 17)。

当搜索角度垂直(70°)或平行(160°)于 YA 异常走向时和当搜索角度垂直(8°)或平行(98°)于 YC 异常走向时,插值精度均不是最优的;当搜索角度垂直(39°)

或近垂直(45°)于整体异常(YB异常)走向时,或搜索角度沿测点(90°)/测线(0°)方向时,插值精度也不是最优的;而当搜索角度平行(129°)或近平行(135°)于整体异常(YB异常)走向时,标准偏差值均较小,插值精度相对均较高。通过Y模型扩边插值精度对比可见,对于存在多个不同走向的异常而言,当搜索角度平行于异常整体走向时,得到的插值结果精度最优。

基于新模型和Y模型的理论异常对搜索半径和

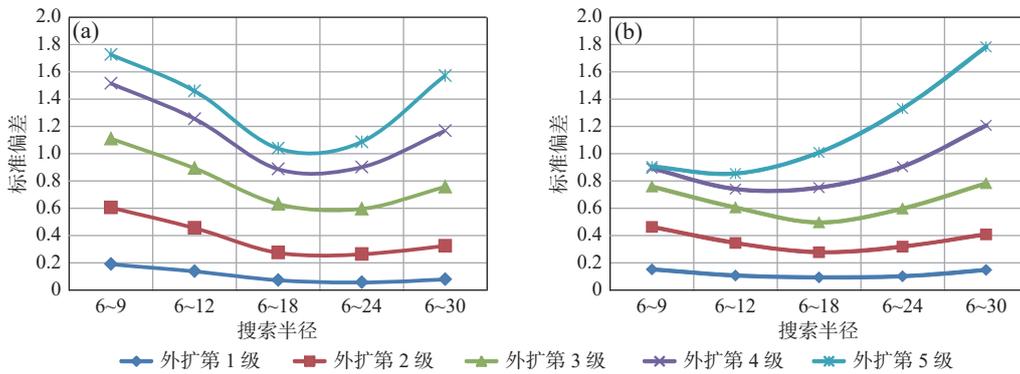


图 18 新模型(a)与Y模型(b)不同搜索半径的扩边结果

Fig. 18 (a) New model and Y model (b) edge expanding results with different search radius

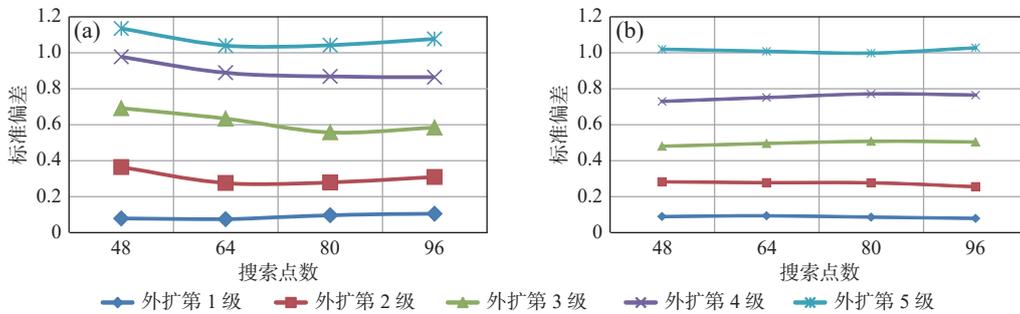


图 19 新模型(a)与Y模型(b)不同搜索点数的扩边结果

Fig. 19 (a) New model and Y model (b) edge expanding results with different search points

归纳比较3个模型(图1、图14、图16)的扩边插值试验结果,搜索角度的选取与异常的走向有关,当搜索角度选为使搜索半径的长轴平行于异常整体走向时,标准偏差值最小,插值结果最优;而搜索半径 R_1/R_2 选为6/18时、搜索点数选64个时,插值精度相对最高。

4.2 实测数据扩边

笔者以银额盆地西部LY区块1:5万实测重力资料扩边为例,根据逐级迭代插值的思路进行实测数据的插值扩边。与理论模型扩边不同的是:在实际数据的扩边时没有已知的外扩点,为了确定首次外扩时最佳 R^2 参数,可以将实测区的边界点作为已知的第1

搜索点数进行测试,插值精度曲线见图18、图19。新模型中不同搜索半径或搜索点数对插值结果的影响状况与图1模型比较结果相同(图7、图8)。对Y模型而言,不同搜索半径对应的外扩各级插值精度变化趋势类似,即当搜索半径 R_1/R_2 由大变小时,标准偏差值由大变小时后又变大,且半径 R_1/R_2 为6/18时插值精度相对较高;当搜索点数由小变大时,外扩各级的标准偏差值变化趋势各不相同,整体来看搜索点数为64个时插值结果相对稳定。

级扩边点进行对比优选。因此,实际数据扩边时采用“三步法”即能够完成数据的插值扩边。①扩边参数及数据准备:根据实测点初步插值结果选定该区异常主体走向作为外扩插值时最佳搜索角度的参考,以实测区边界点为参考对比优选出外扩第1级扩边时的最佳 R^2 参数值,根据边界点坐标准备好外扩区“待扩边点”的坐标。②外扩点异常提取:根据第一步选定的最佳参数,并结合笔者优选的其他参数对实测点进行逐级插值扩边,依次提取外扩5级“扩边点”的最佳扩边异常并赋值。③插值扩边实现:将②“赋值的扩边点”添加到实测点,根据内插优选的参数对所有数据点进行插值,完成实测点的插值扩边(图20)。

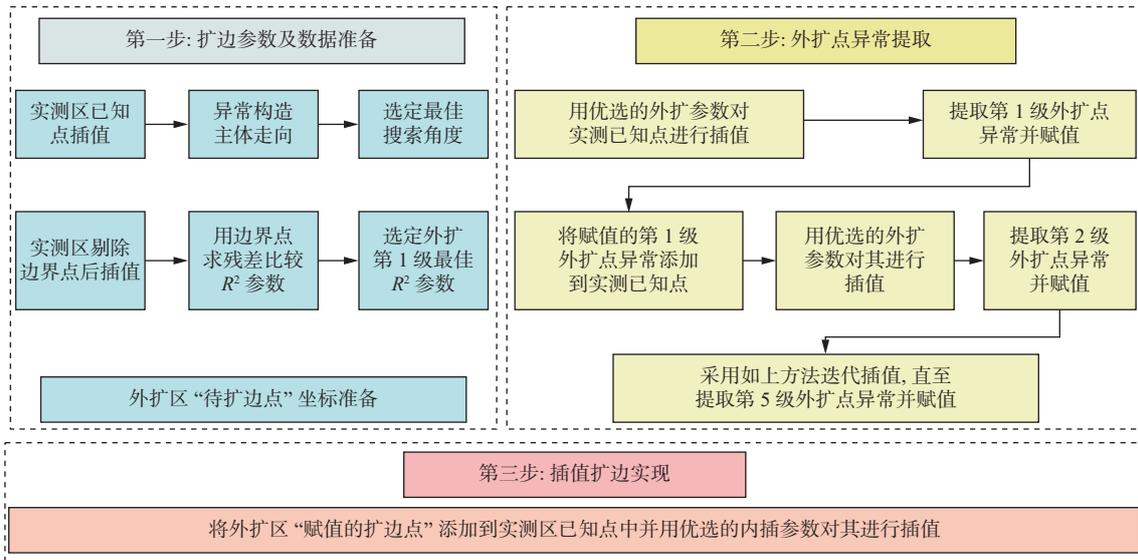


图 20 逐级迭代插值扩边流程图

Fig. 20 Flow chart of edge expanding use step by step iterative interpolation

已知银额盆地西部 LY 区块点线距为 250×500 m, 共有 17 条线, 每条线 33 个点, 总计 561 个点; 本次扩边距离 2.5 km, 第 1 级扩边点 142 个, 第 2 级扩边点 166 个, 第 3 级扩边点 182 个, 第 4 级扩边点 198 个, 第 5 级扩边点 214 个(图 21a)。

采用逐级迭代插值进行实测数据扩边后, 扩边区和实测区衔接处的重力异常较平滑, 等值线形态

连续, 异常值无突变(图 21b)。具体表现为: ①扩边区异常整体走向能够保持实测区异常的走向趋势。②扩边区局部异常形态能够较好的体现实测边界区局部异常的变化状况。③扩边区异常值逐级渐变且与实测区异常变化特征一致。综上所述, 通过“三步法”对重力数据进行扩边可以获得较为满意的结果。

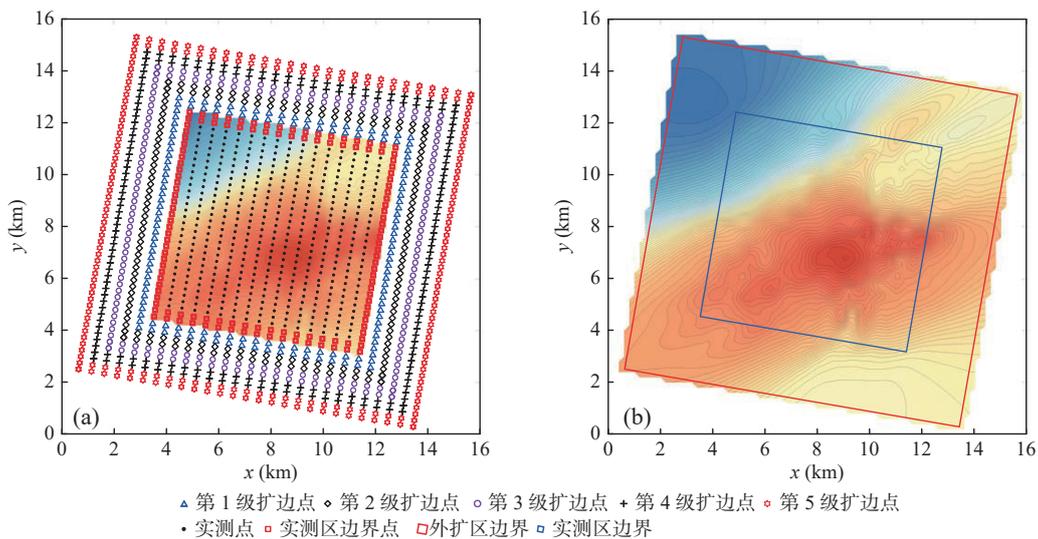


图 21 LY 区块扩边前(a)后(b)等值线图

Fig. 21 (a) Contour map of LY block before and (b) after edge expanding

5 结论

(1)采用理论模型对重力数据的扩边方法进行了

对比研究, 认为 surfer 软件的径向基函数法在数据扩边时能够获得较好的扩边插值结果。

(2)扩边插值时优选的核函数为多重二次曲面函数; 第 1 级扩边时 R^2 参数选为 0.8, 其余各级扩边时

R^2 参数选为 0.1; 搜索扇区为 4 个, 最大搜索点数为 64 个, 搜索半径 R_1/R_2 选为 6/18(各向异性比率为 $R_1/R_2=0.333$), 搜索角度为 135° (各向异性角度为 135°)。对比发现, 搜索半径、搜索点数等参数具有普适性, 而搜索角度要选择搜索半径长轴 R_2 平行于异常走向时的角度, 首次扩边时 R^2 参数应根据实测区边界点残差结果对比优选。

(3) 采用“三步法”进行插值扩边, 将外扩与内插结合考虑, 既能满足外扩时最佳扩边异常的选取, 又能保证内插时最佳参数的使用; 采用逐级外扩、迭代插值的思路, 符合位场渐变的特点, 确保了扩边区与实测区衔接处异常的连续光滑, 能够较好的刻画异常整体趋势和局部特征。

致谢: 匿名专家提出了建设性的意见, 在此表示衷心的感谢!

参考文献(References):

- 白世彪, 王建, 常直杨. Surfer10 地学计算机制图[M]. 北京: 科学出版社, 2012.
- BAI Shibiao, WANG Jian, CHANG Zhiyang. Surfer10 Geoscience Computer Mapping[M]. Beijing: Science Press, 2012.
- 陈欢欢, 李星, 丁文秀. Surfer8.0 等值线绘制中的十二种插值方法[J]. 工程地球物理学报, 2007, 4(1): 52-57.
- CHEN Huanhuan, LI Xing, DING Wenxiu. Twelve kinds of gridding methods of surfer 8.0 in isoline drawing[J]. Chinese Journal of Engineering Geophysics, 2007, 4(1): 52-57.
- 杜红悦, 张浚哲, 宫辉力. DEM 产品数据质量分析研究与系统实现[J]. 测绘科学, 2009, 34(4): 191-194.
- DU Hongyue, ZHANG Junzhe, GONG Huili. Research of DEM quality-precision analysis and system implementation[J]. Science of Surveying and Mapping, 2009, 34(4): 191-194.
- 段本春, 徐世浙. 磁(重力)异常局部场与区域场分离处理中的扩边方法研究[J]. 物探化探计算技术, 1997, 19(4): 298-304.
- DUAN Benchun, XU Shizhe. A study of the scheme of extending edge in the processing of separating local field from regional field for magnetic/gravity anomaly[J]. Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration, 1997, 19(4): 298-304.
- 范威, 江越潇, 李寅, 等. 湖北省江汉平原重点区地下水监测网优化研究[J]. 西北地质, 2021, 54(3): 222-228.
- FAN Wei, JIANG Yuexiao, LI Yin, et al. Study on the optimization of groundwater monitoring network in key areas of Jianghan plain in Hubei province[J]. Northwestern Geology, 2021, 54(3): 222-228.
- 李盼, 戴前伟, 吕宏安. 基于泛克里格方法的位场扩边处理[J]. 物探化探计算技术, 2018, 40(6): 741-747.
- LI Pan, DAI Qianwei, LV Hongan. The edge extending of potential field data based on universal Kriging interpolation method[J]. Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration, 2018, 40(6): 741-747.
- 刘芬, 王万银, 纪晓琳. 空间域和频率域平面位场延拓影响因素和稳定性分析[J]. 物探与化探, 2019, 43(2): 320-328.
- LIU Fen, WANG Wanyin, JI Xiaolin. Influence factors and stability analysis of plane potential field continuation in space and frequency domains[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2019, 43(2): 320-328.
- 刘兆平, 杨进, 武炜. 地球物理数据网格化方法的选取[J]. 物探与化探, 2010, 34(1): 93-97.
- LIU Zhaoping, YANG Jin, WU Wei. The choice of gridding methods for geophysical data[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2010, 34(1): 93-97.
- 骆遥, 吴美平. 位场向下延拓的最小曲率方法[J]. 地球物理学报, 2016, 59(1): 240-251.
- LUO Yao, WU Meiping. Minimum curvature method for downward continuation of potential field data[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2016, 59(1): 240-251.
- 马国庆, 孟令顺, 杜晓娟, 等. 磁法数据处理中的扩边和优化中值滤波方法的研究[J]. 物探化探计算技术, 2010, 32(2): 194-199.
- MA Guoqing, MENG Lingshun, DU Xiaojuan, et al. The study of edge expansion and optimization median filtering method in magnetic data processing[J]. Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration, 2010, 32(2): 194-199.
- 毛小平, 吴蓉元, 曲赞. 频率域位场下延的振荡机制及消除方法[J]. 石油地球物理勘探, 1998, 33(2): 230-237.
- MAO Xiaoping, WU Rongyuan, QU Zan. Oscillation mechanism of potential field downward continuation in frequency domain and its elimination[J]. Oil Geophysical Prospecting, 1998, 33(2): 230-237.
- 庞振兴, 张传定, 叶修松. Surfer8.0 在重力异常数据网格化中的应用[J]. 海洋测绘, 2008, 28(1): 43-51.
- PANG Zhenxing, ZHANG Chuanding, YE Xiusong. Application Surfer 8.0 in the Gridding of Gravity Anomaly Data[J]. Hydrographic Surveying and Charting, 2008, 28(1): 43-51.
- 孙文, 吴晓平, 王庆宾, 等. 高精度重力数据网格化方法比较[J]. 大地测量与地球动力学, 2015, 35(2): 342-345.
- SUN Wen, WU Xiaoping, WANG Qingbin, et al. Comparison and analysis of high-precision gravity data gridding methods[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2015, 35(2): 342-345.
- 王万银, 邱之云, 刘金兰, 等. 位场数据处理中的最小曲率扩边和补空方法研究[J]. 地球物理学进展, 2009, 24(4): 1327-1338.
- WANG Wanyin, QIU Zhiyun, LIU Jinlan, et al. The research to the extending edge and interpolation based on the minimum

- curvature method in potential field data processing[J]. *Progress in Geophysics*, 2009, 24(4): 1327–1338.
- 王万银, 邱之云. 一种稳定的位场数据最小曲率网格化方法研究[J]. *地球物理学进展*, 2011, 26(6): 2003–2010.
- WANG Wanyin, QIU Zhiyun. The research to a stable minimum curvature gridding method in potential data processing[J]. *Progress in Geophysics*, 2011, 26(6): 2003–2010.
- 王兆国, 程顺有, 刘财. 地球物理勘探中几种二维插值方法的误差分析[J]. *吉林大学学报(地球科学版)*, 2013, 43(6): 1997–2004.
- WANG Zhaoguo, CHENG Shunyou, LIU Cai. Error analysis of several two-dimensional interpolation methods in the geophysical exploration[J]. *Journal of Jilin University (Earth Science Edition)*, 2013, 43(6): 1997–2004.
- 吴洪彬. 多项式拟合扩边方法[J]. *黑龙江科技信息*, 2012, 16: 8.
- WU Hongbin. A polynomial fitting method for extending edge[J]. *Heilongjiang Science and Technology Information*, 2012, 16: 8.
- 吴太旗, 黄漠涛, 欧阳永忠, 等. 高精度海洋重力异常格网插值技术研究[J]. *测绘科学*, 2008, 33(5): 70–72.
- WU Taiqi, HUANG Motao, OUYANG Yongzhong, et al. The study of high precision interpolation technology in marine gravity anomaly[J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2008, 33(5): 70–72.
- 吴卫国. Surfer 网格化与白化处理在数据扩边中的应用——以 1: 5 万水系沉积物测量成图为例[J]. *物探与化探*, 2015, 39(3): 602–605.
- WU Weiguo. The application of gridding and blank processing of surfer: A case study of the mapping data extension processing of 1: 50000 geological stream sediment survey[J]. *Geophysical and Geochemical Exploration*, 2015, 39(3): 602–605.
- 肖锋, 孟令顺, 吴燕刚. 在波数域计算一维重磁异常导数的 Matlab 语言算法[J]. *物探与化探*, 2008, 32(3): 316–320.
- XIAO Feng, MENG Lingshun, WU Yangang. A matlab algorithm for derivative calculation of 1D gravity and magnetic anomaly in wave number space[J]. *Geophysical and Geochemical Exploration*, 2008, 32(3): 316–320.
- 许海红, 韩小锋, 袁炳强, 等. 基于径向基函数的 1: 5 万规则分布重力数据插值参数优选[J]. *物探与化探*, 2021, 45(6): 1539–1552.
- XU Haihong, HAN Xiaofeng, YUAN Bingqiang, et al. Optimization of interpolation parameters for 1: 50000 regular distribution gravity data based on radial basis function[J]. *Geophysical and Geochemical Exploration*, 2021, 45(6): 1539–1552.
- 许海红, 卢进才, 李玉宏, 等. 基于 Surfer 的 1: 50000 规则测网重力数据网格化方法选取——以银额盆地赛汉陶来区块重力资料为例[J]. *地球物理学进展*, 2015, 30(6): 2566–2573.
- XU Haihong, LU Jincan, LI Yuhong, et al. Selection of gridding methods for 1: 50000 regular-grid gravity data based on surfer—a case from gravity data in Saihantaolai block of Yin' E basin[J]. *Progress in Geophysics*, 2015, 30(6): 2566–2573.
- 徐如刚, 梁霄, 孙鸿博, 等. 扩边尺度对重力异常分层分离处理的影响——以插值切割法为例[J]. *大地测量与地球动力学*, 2021, 41(3): 221–228.
- XU Rugang, LIANG Xiao, SUN Hongbo, et al. The effects of expanding edge length in the processing of gravity anomalies separation: an example of interpolation cut method[J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2021, 41(3): 221–228.
- 姚长利, 管志宁, 高德章, 等. 低纬度磁异常化极方法——压制因子法[J]. *地球物理学报*, 2003, 46(5): 690–696.
- YAO Changli, GUAN Zhining, GAO Dezhong, et al. Reduction-to-the-pole of magnetic anomalies at low latitude with suppression filter[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2003, 46(5): 690–696.
- 曾小牛, 李夕海, 侯维君, 等. 基于凸集投影的重力同时填充扩边和去噪方法[J]. *石油地球物理勘探*, 2020, 55(1): 197–205.
- ZENG Xiaoniu, LI Xihai, HOU Weijun, et al. Simultaneous interpolation, edge padding and denoising method for gravity data based on the projection onto convex sets[J]. *Oil Geophysical Prospecting*, 2020, 55(1): 197–205.
- 曾小牛, 李夕海, 刘继昊, 等. 基于凸集投影的重力数据扩充下延一体化方法[J]. *石油地球物理勘探*, 2019, 54(5): 1166–1173.
- ZENG Xiaoniu, LI Xihai, LIU Jihao, et al. An integration of interpolation, edge padding, and downward continuation for gravity data based on the projection onto convex sets[J]. *Oil Geophysical Prospecting*, 2019, 54(5): 1166–1173.
- 张锦明, 游雄, 万刚. 径向基函数算法中插值参数对 DEM 精度的影响[J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2013, 38(5): 608–612.
- ZHANG Jinming, YOU Xiong, WAN Gang. Effects of interpolation parameters in multi-log radial basis function on DEM accuracy[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2013, 38(5): 608–612.
- 张志厚, 徐世浙, 余海龙, 等. 位场向下延拓的迭代法的扩边方法[J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2013, 47(5): 918–924.
- ZHANG Zhihou, XU Shizhe, YU Hailong, et al. Study of extending methods of iteration of downward continuation in potential field[J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2013, 47(5): 918–924.
- 中华人民共和国国土资源部. DZ/T 0004-2015, 重力调查技术规范(1: 50000)[S]. 北京: 地质出版社, 2015.
- Ministry of Land and Resources of the People's Republic of China. DZ/T 0004-2015, The technical specification for gravity survey (1: 50000)[S]. Beijing: Geological Publishing House, 2015.