

中文核心期刊 中科双效期刊 Caj-cd规范获奖期刊

CSCD核心期刊 中国科技核心期刊

### 一种基于弹性能释放率的岩石新型统计损伤本构模型

刘文博,孙博一,陈 雷,张树光

### A statistical damage constitutive rock model based on elastic energy release rate

LIU Wenbo, SUN Boyi, CHEN Lei, and ZHANG Shuguang

在线阅读 View online: https://doi.org/10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.201910051

### 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

### 高应力区岩石统计损伤本构模型研究

A study of the statistical damage constitutive model of rock in high stress areas 贾逸,魏良帅,黄安邦,和铭,黄细超,蓝康文 水文地质工程地质. 2019, 46(2): 118-118

### 基于断裂及高温损伤的岩石蠕变模型研究

A study of the creep model of rock considering fractures and thermal damage 李修磊,李起伟,李倩 水文地质工程地质. 2019, 46(6): 46-56

# 循环荷载作用下正融粉质黏土强度特征与滞回环演化规律

Strength characteristics of the melting silty clay under cyclic loading and the evolution law of hysteresis loop 崔宏环,王文涛,何静云,王小敬,金成勇,徐磊 水文地质工程地质. 2020, 47(4): 174-182

# 基于能量耗散机制的粗粒土圆度损伤特性分析

Analyses of roundness damage characteristics of coarse-grained soil based on energy dissipation mechanism 何亮,魏玉峰,潘远阳,雷壮 水文地质工程地质. 2019, 46(5): 120-126

# 水-岩作用下粉砂质泥岩含水损伤本构模型

Constitutive model of water-damaged silty mudstone under water-rock interactions 李安润, 邓辉, 王红娟, 郑瀚, 荀晓峰, 潘远阳 水文地质工程地质. 2021, 48(2): 106-113

# 基于高分子复合材料改良砂土三轴剪切试验研究

Triaxial shear test of sand improved by polymer composite 王龙威, 刘瑾, 奚灵智, 武立林, 郑川, 祁长青 水文地质工程地质. 2020, 47(4): 149-157



关注微信公众号,获得更多资讯信息

### DOI: 10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.201910051

# 一种基于弹性能释放率的岩石新型统计 损伤本构模型

刘文博<sup>1,2</sup>,孙博一<sup>2</sup>,陈 雷<sup>2</sup>,张树光<sup>1</sup> (1. 广西岩土力学与工程重点实验室,广西桂林 541004; 2. 辽宁工程技术大学土木工程学院,辽宁 阜新 123000)

摘要:为了揭示岩石变形的破坏机理以及岩石材料产生损伤的本质原因,文章对岩石材料变形规律和力学特性进行分析 后,再以损伤变量作为影响岩石变形和力学性能变化的内变量,采用能量原理、有效应力原理和统计损伤理论构建了一种 基于弹性能释放率的新型岩石统计损伤本构模型。该损伤模型进一步完善了岩石损伤本构模型的理论体系,弥补了传统 损伤模型无法合理解释引发岩石破坏原因的不足。利用岩石试验数据对损伤模型的参数进行确定,并将损伤演化模型代 入弹性能-应变模型中,分析在加载过程中岩石弹性能变化的规律。结果表明:模型曲线与试验曲线在峰前变形阶段几乎 重合,说明损伤模型可以很好地反映岩石的变形特性;在初始加载阶段,岩石的损伤变量随着轴向应变的增大而增大,说明 在荷载作用下,岩石内部裂隙逐渐发展发育,使得岩石材料的损伤逐步积累;在围压达到 10 MPa 以上时,损伤-应变曲线基 本重合。同时,在初始加载时刻,损伤-应变曲线增长率急剧上升,大约在岩石应变为 0.01% 时,损伤-应变曲线趋于平稳变 化状态;且由于岩石在峰值应力点附近损伤迅速累积,进而使得损伤变量在数值上快速增大到 1,这说明了围压的增大使得 岩石破坏极限得到显著的提升。

关键词:岩石;弹性能释放率;统计损伤;应力-应变;弹性能;损伤变量 中图分类号:TU452 文献标志码:A 文章编号:

文章编号: 1000-3665(2021)01-0088-08

# A statistical damage constitutive rock model based on elastic energy release rate

LIU Wenbo<sup>1,2</sup>, SUN Boyi<sup>2</sup>, CHEN Lei<sup>2</sup>, ZHANG Shuguang<sup>1</sup>

Guangxi Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Guilin, Guangxi 541004, China;
 School of Civil Engineering, Liaoning Technical University, Fuxin, Liaoning 123000, China)

Abstract: In order to truly reveal the mechanism of rock deformation and failure and the nature of rock material damage, based on the analysis of rock material deformation law and mechanical characteristics, a rock damage constitutive model based on elastic energy release rate is established using the energy principle. Taking the damage variable as an internal variable that affected the change of rock performance, a new type of statistical damage constitutive model for rock is established based on the effective stress principle and statistical damage theory. It further improves the theoretical system of rock damage constitutive model and mades up for the shortcomings that traditional damage models cannot reasonably explain the causes of rock failure. The parameters of the damage model are determined using the rock test data, and the feasibility and applicability of the damage model are verified through a comparative analysis of the model curve and the test curve. The damage evolution model is substituted into the elastic energy-strain model to analyze the law of rock elastic energy change during loading. The results show that the model curve and the test curve almost coincide in the deformation phase before

收稿日期: 2019-10-30; 修订日期: 2020-04-28

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51274109);广西自然科学基金资助项目(2020GXNSFAA159125)

第一作者: 刘文博(1990-), 男, 博士研究生, 从事地下工程方面研究工作。E-mail: 15393162288@163.com

characteristics of the degree of rock damage increases with the increasing confining pressure. At the same time, in the initial loading stage, the damage variable of the rock increases with the increasing axial strain. This shows that under the load, the internal cracks in the rock gradually develop, so that the damage of the rock material is gradually accumulated. When the confining pressure reaches above 10 MPa, the damage-strain curves basically coincide. The growth rate of the damage-strain curve rises sharply at the moment of initial loading. When the strain of the rock is about 0.01%, the damage-strain curve changes from rapid growth to steady growth. Because the damage quickly accumulates near the peak stress point of the rock, the damage variable rapidly increases to 1 in value.

Keywords: rock; elastic energy release rate; statistical damage; stress-strain; elastic energy; damage variable

国内外学者在大量研究和试验中发现,岩石在加载过程中力学性质劣化规律具有离散性和随机性<sup>[1-3]</sup>。结合概率论和统计学理论假设岩岩石损伤规律满足Weibull 分布函数<sup>[4-3]</sup>,以此建立统计损伤本构模型,可以更好地描述岩石破坏变形规律。因此,对岩石统计损伤本构理论进行进一步研究,可为今后研究和试验分析奠定基础。

已有研究将损伤变量当作联系岩土材料结构特 征和力学行为特性之间的重要变量,进而建立岩石损 伤本构模型<sup>[6-9]</sup>。Lai等<sup>[10]</sup>开展了在不同含水率、不 同温度下的冻土单轴力学特性试验,建立了考虑含水 率和温度的统计损伤模型; Li 等<sup>[11]</sup> 基于连续性损伤介 质理论以及岩石微元强度满足 Weibull 分布的假设, 建立了可以较好反映岩石应变软化特性的损伤模型; 张德等<sup>[12]</sup>在考虑孔隙体积变化对应变特性影响的基 础上,建立了一种新型损伤模型,可以较好地反映损 伤与孔隙率的演化规律;王苏生等<sup>[13]</sup>通过对冻砂性土 在 σ-τ 平面上微元强度特性的分析,利用连续性损伤 理论建立了统计损伤本构模型和体积损伤模型; 王凯 等<sup>[14]</sup>研究不同含水率对煤岩变形破坏变化规律的影 响,进而建立反映含水率对煤岩应力-应变影响的损伤 统计模型;曹文贵等[15] 假设岩石是由颗粒骨架和空隙 两部分组成,从微观角度分析岩石变形破坏机理与应 力应变关系,通过引入损伤统计力学建立了考虑空隙 变形的损伤模型; Zhou 等<sup>[16]</sup> 开展了岩石应力-温度循 环加卸载试验,分析了岩石在应力-温度循环加卸载作 用下的变形破坏机理,并通过统计损伤理论建立了应 力-温度耦合场的岩石损伤本构模型。

通过分析上述岩石损伤模型及岩石变形特性的 研究可知,当岩土类材料不存在明显的缺陷,其应力-应变曲线应该是一条连续光滑的曲线,应力并不会随 应变的增大发生突变;建立的本构方程在全应变范围 内应当只有一个统一形式。通过统计损伤原理构建 的损伤本构模型完全满足上述要求,且此种方法也受 到学者的广泛应用,使得构建的损伤模型可较好地描 述岩石变形破坏全过程。因此,本文基于弹性能、弹 性能释放率和应变等效原理对广义胡克定律进行修 正,建立一种新型的统计损伤本构模型,并讨论分析 岩石损伤劣化机理和损伤模型应力-应变关系;并将分 布参数代入到修正后的弹性能模型中,探讨了分布参 数对弹性能变化规律的影响。

# 1 基于弹性能的岩石损伤本构模型

在三轴受压状态时,岩石主应力方向的弹性能释 放率(G<sub>3</sub>)<sup>[17]</sup>可表示为:

$$G_3 = K_3(\sigma_1 - \sigma_3) W_e \tag{1}$$

式中:K3----材料常数;

*G*<sub>3</sub>——弹性能释放率; *W*<sub>6</sub>——弹性能/(MJ·m<sup>-3</sup>);

*σ*1——轴向应力/MPa;

σ<sub>3</sub>——围压/MPa。

当弹性能释放率(G<sub>3</sub>)达到临界值(G<sub>c</sub>)时,岩石单 元体内储存的应变能将首先沿该方向释放,即两者之 间的关系满足 G<sub>3</sub>=G<sub>c</sub>。同时,可知在单轴条件下岩石 的弹性能计算公式为:

$$W'_{\rm e} = \frac{\sigma_{\rm c}^2}{2E} \tag{2}$$

式中: σ<sub>c</sub>——岩石单轴抗压强度/MPa;

W'e——单轴状态下弹性能/(MJ·m<sup>-3</sup>);

E——弹性模量/GPa。

将式(2)代入式(1),结合条件 G3=Gc,得

$$(\sigma_1 - \sigma_3) W_{\rm e} = \frac{\sigma_{\rm c}^3}{2E} \tag{3}$$

三轴压缩条件下,岩石的弹性能<sup>[18]</sup>为:

$$W_{\rm e} = \frac{1}{2}\sigma_1\varepsilon_1 + \frac{1}{2}\sigma_2\varepsilon_2 + \frac{1}{2}\sigma_3\varepsilon_3 = \frac{1}{2}\sigma_1\varepsilon_1 + \sigma_3\varepsilon_3 \quad (4)$$

式中: $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 、 $\sigma_3$ ——三个不同方向上的主应力/MPa;

 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ ——三个不同方向上的弹性主应变/%。

其中,本文试验应力满足 σ<sub>1</sub>>σ<sub>2</sub>=σ<sub>3</sub>。将式(4)代入 式(3)中,得

$$(\sigma_1 - \sigma_3) \left( \frac{\sigma_1 \varepsilon_1}{2} + \sigma_3 \varepsilon_3 \right) = \frac{\sigma_c^3}{2E}$$
(5)

显然式(5)中具有轴向应变(ε<sub>1</sub>)和径向应变(ε<sub>3</sub>)两 种应变,并不能直接反映岩石轴向应力-应变关系,故 需要将式(5)转化为轴向应力关于轴向应变的本构方程。

岩石的强度表达式<sup>[19-20]</sup>如下:

$$\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)\right](\sigma_1 - \sigma_3) = \sigma_c^3$$
(6)

式中:v——泊松比。

式(6)又可以表示为:

$$F = (\sigma_1 - \sigma_3) \left[ \sigma_1^2 + 2\sigma_3^2 - 2\nu \left( 2\sigma_1 \sigma_3 + \sigma_3^2 \right) \right] - \sigma_c^3 \quad (7)$$

由广义虎克定律可知,在单向应力状态时,理想 弹性体径向-轴向应变关系为:

$$\varepsilon_3 = -\nu \varepsilon_1$$
 (8)

三向应力状态下,理想弹性体径向-轴向应变关系为:

$$\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} = \frac{\sigma_3(1-\nu) - \nu\sigma_1}{\sigma_1 - 2\nu\sigma_3} \tag{9}$$

假设单向和三向应力状态下,理想弹性体径向-轴 向应变关系都满足以下关系:

$$\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} = -\mu \tag{10}$$

式中:µ——与应力状态有关的系数。

在单向应力状态时,与应力状态有关的系数μ满 足条件:

$$v = \mu \tag{11}$$

三向应力状态下,与应力状态有关的系数 µ 满足 条件:

$$\mu = -\frac{\sigma_3(1-\nu) - \nu \sigma_1}{\sigma_1 - 2\nu \sigma_3}$$
(12)

将式(10)代入式(5),简化得

$$\left(\sigma_1 - \frac{2\mu + 1}{2}\sigma_3\right)^2 - \frac{(1 - 2\mu)^2}{4}\sigma_3^2 = \frac{\sigma_c^3}{E\varepsilon_1}$$
(13)

故在式(13)转化为轴向应力( $\sigma_1$ )关于轴向应变( $\varepsilon_1$ )的 关系式为:

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sigma_c^3}{E\varepsilon_1} + \frac{(1-2\mu)^2}{4}\sigma_3^2} + \frac{2\mu+1}{2}\sigma_3$$
(14)

根据有效应力原理可知,应力( $\sigma_i$ )与有效应力( $\sigma_i^*$ ) 之间存在以下关系:

$$\sigma_i^* = \frac{\sigma_i}{1 - D}, \ i = 1, 2, 3 \tag{15}$$

式中:D——损伤变量。

结合有效应力原理将式(14)转化为损伤本构方程:

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sigma_c^3}{E\varepsilon_1(1-D)^2} + \frac{(1-2\mu)^2}{4}\sigma_3^2 + \frac{2\mu+1}{2}\sigma_3} \quad (16)$$

式(16)中的*D*为描述岩石内部应力-应变变化规 律的内变量。

根据 Kachanov<sup>[21]</sup> 对损伤变量的定义可知, 材料的 损伤可由其内部损伤单元个数(*N*<sub>f</sub>)和材料总单元个数(*N*) 比值来表示, 即

$$D = \frac{N_{\rm f}}{N} \tag{17}$$

岩石微元在发生破坏时,岩石的强度满足 Weibull 分布函数,即

$$f(F) = \frac{m}{F_0} \left(\frac{F}{F_0}\right)^{m-1} \exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right]$$
(18)

式中:F——屈服强度;

 $m, F_0$ —分布参数。

微观上,岩石受到外荷载达到屈服强度时,岩石 内部微元损伤数目可以达到 N<sub>f</sub>,即

$$N_{\rm f} = \int_0^F Nf(x) \mathrm{d}x \tag{19}$$

联立式(16)~(19),得

$$D = 1 - \exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right] \tag{20}$$

将式(20)代入式(16)中,得

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sigma_c^3}{E\varepsilon_1}} e^{\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right]^2} + \frac{(1-2\mu)^2}{4}\sigma_3^2 + \frac{2\mu+1}{2}\sigma_3 \quad (21)$$

### 2 损伤模型参数的确定方法

岩石损伤演化本构方程中具有 6 个参数, 分别为  $E, v, m, F_0, \mu, \sigma_c$ 。其中,  $\sigma_c, E, v, \mu$  可以根据岩石的 应力-应变曲线计算; 分布参数  $m, F_0$  需要通过文献 [22] 中的方法来确定。 2.1 分布参数确定

$$1 - D =$$

$$\sqrt{\frac{4\sigma_{\rm c}^3}{E\varepsilon_1 \left\{ \left[ 2\sigma_1 - (2\mu+1) \right]^2 - (1-2\mu)^2 \right\} \sigma_3^2}}$$
(22)

岩石微元强度为:

VZ ) L D (aa) JD D (aa) JD

$$F^{*}(\sigma) = \left\{ (\sigma_{1} - \sigma_{3}) \left[ \sigma_{1}^{2} + 2\sigma_{3}^{2} - 2\nu \left( 2\sigma_{1}\sigma_{3} + \sigma_{3}^{2} \right) \right] - \sigma_{c}^{3} \right\}.$$

$$\left\{\frac{4\sigma_{\rm c}^3}{E\varepsilon_1\left\{\left[2\sigma_1 - (2\mu+1)\right]^2 - (1-2\mu)^2\right\}\sigma_3^2}\right\}^{-\frac{1}{2}}$$
(23)

通过式(22)和式(20)得  

$$A = \exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right] = \left\{ \left[ \left(\sigma_1 - \frac{2\mu + 1}{2}\sigma_3\right)^2 - \frac{(1 - 2\mu)^2}{4}\sigma_3^2 \right] \frac{E\varepsilon_1}{\sigma_c^3} \right\}^{-\frac{1}{2}}$$
(24)

式中:A——参数。

通过对式(24)两边取对数、移项、再次取对数的 数学变换,得

$$\ln\{-\ln A\} = m\ln F - m\ln F_0 \tag{25}$$

对式(25)进行参数替代,令

$$Y = \ln\{-\ln A\} \tag{26}$$

$$X = \ln F \tag{27}$$

$$B = -m\ln F_0 \tag{28}$$

联立式(24)—(28),得

$$Y = mX + B \tag{29}$$

式中: Y、X——定义的新变量;

m、B——待定参数,利用三轴试验结果即可确定。

力学参数与变形参数确定
 弹性模量(E)、泊松比(v)计算公式如下:

$$v = \frac{B\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_3 (2Z - 1) - \sigma_1},$$
$$E = \frac{\sigma_1 - 2v\sigma_3}{\epsilon_1}, Z = \frac{\epsilon_3}{\epsilon_1}$$
(30)

式中:Z----径向应变和轴向应变的比值。

文中的试验曲线为偏应力-应变曲线,上述推导过 程中的峰值应力( $\sigma_{1c}$ )和峰值应变( $\varepsilon_{1c}$ )不是该曲线峰 值点对应的峰值应力( $\sigma'_{1c}$ )和峰值应变( $\varepsilon'_{1c}$ )<sup>[23]</sup>,故 $\sigma'_{1c}$ 和 $\varepsilon'_{1c}$ 可通过式(31)和式(32)计算,即

$$\sigma'_{1c} = \frac{2c'\cos\phi'}{1-\sin\phi'} + \frac{1+\sin\phi'}{1-\sin\phi'}\sigma_3$$
(31)

· 91 ·

$$\varepsilon'_{1c} = a\sigma_3 + b \tag{32}$$

式中:*a*、*b*——常数,可由岩石在不同围压下的应力-应变曲线的峰值应变拟合得到;

c'、φ'——岩石峰值强度时的黏聚力和内摩擦角。

### 3 三轴压缩室内试验

### 3.1 试验结果分析

采用 MTS815.02 岩石试验系统对取自阜新恒大 煤矿的砂岩进行三轴室内压缩试验。步骤为:(1)将 围压加载到预定值后维持围压不变,逐渐增加轴压直 至试样破坏;(2)轴向和径向以位移加载方式控制,以 0.002 mm/s 的加载速率施加荷载;(3)试验数据由试验 机自动采集并换算成对应的应变与应力输出到数据 采集系统。此次试验的围压(σ<sub>3</sub>)分别选 0,10,20,30 MPa, 三轴试验结果见表 1,轴向应力-应变曲线如图 1。

表 1 三轴压缩试验结果 Table 1 Triaxial compression test results

围压( $\sigma_3$ )/MPa	峰值应力( $\sigma_{1c}$ )/MPa	峰值应变( $\varepsilon_{1c}$ )	
0	49.96	0.005 42	
10	75.95	0.005 55	
20	100.27	0.006 57	
30	132.63	0.007 37	



由图1可知,不同围压下的应力-应变曲线变化趋势基本一致,都呈现出典型的砂岩脆性特性。压密变形阶段:在外荷载作用下,岩石内部原有孔隙逐渐闭合,曲线变化规律接近于直线;弹性变形阶段:围压的增大使得轴向应变受到束缚的程度加剧,且轴向应变随着偏应力的增大而增大;塑性变形阶段:随着围压继续增大,曲线的非线性特征越明显,且岩石的峰值应力也越大;峰后软化变形阶段:随着轴向应变的持续增大,轴向应力迅速下降,直至保持一个数值不变; 残余变形阶段:此阶段的应力-应变曲线基本为一条水平的直线,即应力随着应变的持续增大而保持不变。

#### 第1期

### 3.2 模型验证

不同围压条件下岩石损伤模型分布参数值见表2。

表 2 参数计算值 Table 2 Parameter values

围压 $(\sigma_3)$ / MPa	0	10	20	30
m	0.429	0.478	0.509	0.534
$F_0$	1.280	1.340	1.630	1.760
$R^2$	0.956	0.967	0.957	0.978
		-	-	

表 2 中的分布参数值只是特定围压下的参数值, 并不能代表所有情况下分布参数与围压之间的关系, 故需要建立围压与分布参数之间的关系<sup>[24]</sup>。分布参 数与围压之间的拟合曲线见图 2、拟合公式见式(33) 和式(34)。

 $m = -1.357 \exp(-\sigma_3/14.481) + 1.883, R^2 = 0.995$  (33)

$$F_0 = 6.085 + 0.110\sigma_3, R^2 = 0.954 \tag{34}$$



将分布参数值代入式(21)中,得到改进的统计损 伤本构模型曲线与试验曲线对比图(图 3)。



图 3 试验与模型曲线对比 Fig. 3 Comparison of the test and model curves

由图 3 可知,模型曲线与试验曲线拟合程度较高 (试验曲线的变化趋势基本一致),故本文建立的损伤 本构模型可以较好反映砂岩的应力-应变特性;但是该 模型不能很好地描述应力-应变曲线残余变形阶段,需 要进一步研究。

为了进一步验证本文建立模型的正确性与合理性,将模型曲线和试验数据与文献[2]和文献[7]中的

模型曲线进行对比分析(图 4)。

由图 4 可知, 砂岩在不同围压作用下, 模型曲线变 化规律和试验曲线变化规律基本一致。模型曲线与 试验曲线在峰前变形阶段几乎重合, 说明损伤模型很 好地反映了岩石的线弹性变形特性; 模型曲线与试验 曲线在峰后阶段吻合度不是很好, 但对岩石的非线性 变形变化规律也具有较好的描述; 同时, 随着围压的 逐渐增大, 围岩的峰值、残余强度也逐渐增大。

3.3 损伤演化规律

结合广义虎克定律和强度公式(7),将式(20)变 为式(35)形式,绘制出不同围压作用下围岩损伤演化 规律如图 5。

$$D = 1 - e^{\left\{-\left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)[\sigma_1^2 + 2\sigma_3^2 - 2\nu(2\sigma_1\sigma_3 + \sigma_3^2)] - \sigma_c^3}{F_0}\right]^m\right\}}$$
(35)

由图 5 可知, 在初始加载阶段, 岩石的损伤变量随着轴向应变的增大而增大, 说明了在荷载作用下, 岩石内部裂隙逐渐发展发育, 使得岩石材料的损伤逐步积累; 在围压达到 10 MPa 以上时, 损伤-应变曲线基本重合。在初始加载时刻, 损伤-应变曲线增长率急剧上升, 大约在岩石的应变为 0.000 1 时, 损伤-应变曲线趋于 平稳变化状态, 且由于岩石在峰值应力点附近损伤迅速累积, 进而使得损伤变量在数值上快速增大到 1, 这 说明了围压的增大使得岩石破坏极限得到显著的提升。

### 4 损伤模型弹性能分析

4.1 弹性能变化规律分析

将式(9)—(11)、(21)、(15)代入式(4),得到弹性 能计算公式:

$$W_{\rm e} = \frac{2\mu\sigma_3 + \sigma_1}{2}\varepsilon_1 = \mu\sigma_3\varepsilon_1 + \left[\sqrt{\frac{\sigma_{\rm c}^3}{E\varepsilon_1(1-D)^2} + \frac{(1-2\mu)^2}{4}\sigma_3^2} + \frac{2\mu+1}{2}\sigma_3\right]\varepsilon_1 \quad (36)$$

绘制出不同围压条件下岩石弹性能与轴向应变 的关系图(图 6)。

由图 6 可知,随着围压的增大,砂岩内部储存的弹 性能也逐渐增大,这说明了围压的增大可以有效提升 岩石的储能能力。(1)压密变形阶段:由于岩石内部 裂隙和空洞等缺陷的发育需要消耗能量,此时弹性能 变化规律几乎为一条水平直线;(2)弹性变形阶段(即 在屈服点之前时):岩石从外界吸收的能量主要以弹 性能形式储存,故此阶段弹性能增长幅度急剧上升; (3)在屈服点之后、峰值应力点之前的变形阶段:岩石 从外界吸收的能量一部分继续以弹性能形式储存,另





图 4 试验与模型曲线对比

Fig. 4 Comparison of the test and model curves



50

40

adW/代型 20

> 10 0

0.005

0.010

应变

Fig. 6 Elastic energy and axial strain

一部能量则以耗散能形式释放出,此阶段岩石的弹性 能增长幅度有所减缓;(4)待加载到峰值应力点的变 形阶段:原来储存在岩石内部弹性能瞬间释放,导致 岩石内部缺陷贯通形成明显的破坏面,岩石试样发生 了失稳破坏。 结合图 2 可知,岩石弹性能-轴向应变曲线和应 力-应变曲线各阶段的破坏变形具有较好的对应与划 分。(1)弹性变形阶段:应力-应变曲线的变化速率开 始迅速增大,对应的弹性能-轴向应变曲线的变化速率 也迅速增大;(2)峰前塑性变形阶段:岩石在外荷载作 用下损伤程度逐渐加剧,且随着应变的增大,应力增 长速率逐渐减小,此时岩石内部的能量耗散急剧增 加,弹性能增长幅度开始下降。

4.2 分布参数对弹性能的影响

为了探讨分布参数  $m \, n F_0$  对于弹性能变化规律的影响, 绘制出能量演化曲线(图 7, 以围压 10 MPa 为例)。

由图 7 可知,当分布参数 m 固定不变时,随着分 布参数 F<sub>0</sub>的增大,岩石的弹性能-应变曲线的变化规 律呈现增长趋势。这是由于随着分布参数 F<sub>0</sub>增大、 损伤变量逐渐减小,即岩石的损伤程度减小,使得砂 岩微观裂隙扩展发育有所减缓,故砂岩在压缩试验中 耗散能量减小,外界荷载做功转化的能量就相对较 多,存储在岩石内部的弹性能较多;当分布参数 F<sub>0</sub>固 定不变时,随着分布参数 m 的增大、损伤变量逐渐增 大,此时岩石的损伤程度逐渐加剧,微观上裂隙发育 更加完全、消耗的能量更多,使存储在岩石内部的弹 性能较少。



Fig. 7 Influence of distribution parameters on energy

### 5 结论

(1)模型曲线与试验曲线在峰前变形阶段几乎重合,说明了损伤模型很好地反映了岩石的线弹性变形特性;模型曲线与试验曲线在峰后阶段吻合度不是很好,但对岩石的非线性变形变化规律也具有较好的描述。同时,该模型也较好地反映了岩石损伤程度随着围压增大而增大的特性。

(2)在初始加载时刻,损伤-应变曲线增长率急剧 上升,大约在岩石的应变为0.0001时,损伤-应变曲线 由快速增长转化为平稳增长,且由于岩石在峰值应力 点附近损伤迅速累积,进而使得损伤变量在数值上快 速增大到1。

(3) 当分布参数 m 固定不变时,随着分布参数  $F_0$  的增大,岩石的弹性能也增大;当分布参数  $F_0$  固定 不变时,随着分布参数 m 的增大,岩石的弹性能则减 小;故可通过分布参数  $F_0$ 、m 的变化规律得到岩石弹 性能的演化规律。

### 参考文献(References):

[1] 贾逸,魏良帅,黄安邦,等. 高应力区岩石统计损伤本 构模型研究[J]. 水文地质工程地质, 2019, 46(2): 118-124. [JIA Yi, WEI Liangshuai, HUANG Anbang, et al. A study of the statistical damage constitutive model of rock in high stress areas[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2019, 46(2): 118–124. (in Chinese with English abstract)]

- [2] 曹文贵,张升.基于Mohr-Coulomb准则的岩石损伤统 计分析方法研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2005, 32(1): 43-47. [CAO Wengui, ZHANG Sheng. Study on the statistical analysis of rock damage based on Mohr-coulomb criterion[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2005, 32(1): 43-47. (in Chinese with English abstract)]
- [3] 曹文贵,杨尚,张超.考虑弹性模量变化的岩石统计损伤本构模型[J].水文地质工程地质,2017,44(3):42-48.
  [CAO Wengui, YANG Shang, ZHANG Chao. A statistical damage constitutive model of rocks considering the variation of the elastic modulus[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2017, 44(3): 42-48. (in Chinese with English abstract)]
- [4] 王松鹤, 刘奉银, 齐吉琳. 考虑冻融的粉质黏土统计损伤本构关系研究[J]. 西北农林科技大学学报(自然科学版), 2016, 44(12): 226-234. [WANG Songhe, LIU Fengyin, QI Jilin. Statistical damage constitutive model for silty clay after freeze-thaw cycling[J]. Journal of Northwest A & F University (Natural Science Edition), 2016, 44(12): 226-234. (in Chinese with English abstract)]
- [5] 崔宏环,刘建坤,张立群,等.寒区路基改良土冻融循环与荷载耦合作用下损伤力学研究[J].冰川冻土,2016,38(4):1183-1188. [CUI Honghuan, LIU Jiankun, ZHANG Liquan et al. Research on damage mechanics of modified-soil in cold regions subgrade coupling action of freeze-thaw and load[J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2016, 38(4): 1183-1188. (in Chinese with English abstract)]
- [6] 张嘉威,章杨松,李晓昭.考虑渐进性破坏的岩石损伤 本构模型研究[J].地下空间与工程学报,2015,11(6): 1528-1532. [ZHANG Jiawei, ZHANG Yangsong, LI Xiaozhao. Study on damage constitutive model of rock considering progressive failure[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2015, 11(6): 1528-1532. (in Chinese with English abstract)]
- [7] 曹文贵,赵明华,唐学军.岩石破裂过程的统计损伤模 拟研究[J].岩土工程学报,2003,25(2):184-187.
  [CAO Wengui, ZHAO Minghua, TANG Xuejun. Study on simulation of statistical damage in the full process of rock failure[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, 25(2):184-187. (in Chinese with English abstract)]
- [8] LIU Enlong, YU Haisui, ZHOU Cheng, et al. A binarymedium constitutive model for artificially structured soils based on the disturbed state concept and homogenization theory[J]. International Journal of Geomechanics, 2017, 17(7): 04016154.

- [9] 王凯,郑吉玉,朱奎胜.两种应力路径下无烟煤的变形 破坏特征及能量分析[J].岩土力学,2015,36(增刊2): 259-266. [WANG Kai, ZHENG Jiyu, ZHU Kuisheng. Study on deformation and failure of anthracite under two stress paths and energy analysis [J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(Sup2): 259-266. (in Chinese with English abstract)]
- [10] LAI Yuanming,LI Jing,LI Qingze. Study on damage statistical constitutive model and stochastic simulation for warm ice-rich frozen silt[J]. Cold Regions Science and Technology, 2012, 71: 102 – 110.
- LI Shuangyang, LAI Yuanming, ZHANG Shujuan, et al. An improved statistical damage constitutive model for warm frozen clay based on Mohr-coulomb criterion [J]. Cold Regions Science and Technology, 2009, 57(2/3): 154-159.
- [12] 张德,刘恩龙,刘星炎,等.基于修正Mohr-Coulomb屈服准则的冻结砂土损伤本构模型[J].岩石力学与工程学报,2018,37(4):978-986. [ZHANG De, LIU Enlong, LIU Xingyan, et al. A damage constitutive model for frozen sandy soils based on modified Mohr-Coulomb yield criterion[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, 37(4):978-986. (in Chinese with English abstract)]
- [13] 王苏生, 徐卫亚, 王伟, 等. 岩石统计损伤本构模型与 试验[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2017, 45(5): 464-470. [WANG Susheng, XU Weiya, WANG Wei, et al. The statistical damage constitutive model of rocks and its experiment[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2017, 45(5): 464-470. (in Chinese with English abstract)]
- [14] 王凯,蒋一峰,徐超.不同含水率煤体单轴压缩力学特 性及损伤统计模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(5): 1070-1079. [WANG Kai, JIANG Yifeng, XU Chao. Mechanical properties and statistical damage model of coal with different moisture contents under uniaxial compression[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, 37(5): 1070-1079. (in Chinese with English abstract)]
- [15] 曹文贵,张超,贺敏,等.考虑空隙压密阶段特征的岩石应变软化统计损伤模拟方法[J].岩土工程学报,2016,38(10):1754-1761. [CAO Wengui, ZHANG Chao, HE Min, et al. Statistical damage simulation method of strain softening deformation process for rocks considering characteristics of void compaction stage[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(10):1754-1761. (in Chinese with English abstract)]
- [16] ZHOU Shuwei, XIA Caichu, ZHAO Haibin, et al. Statistical damage constitutive model for rocks subjected to cyclic stress and cyclic temperature[J]. Acta Geophysica, 2017, 65(5): 893 – 906.
- [17] 谢和平,鞠杨,黎立云.基于能量耗散与释放原理的岩

石强度与整体破坏准则[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(17): 3003 - 3010. [XIE Heping, JU Yang, LI Liyun. Criteria for strength and structural failure of rocks based on energy dissipation and energy release principles[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(17): 3003 - 3010. (in Chinese with English abstract)]

- [18] 谢和平, 鞠杨, 黎立云, 等. 岩体变形破坏过程的能量 机制[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(9): 1729 – 1740. [XIE Heping, JU Yang, LI Liyun, et al. Energy mechanism of deformation and failure process of rock masses[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(9): 1729 – 1740. (in Chinese with English abstract)]
- [19] HUANG Shibing, LIU Quansheng, CHENG Aiping, et al. A statistical damage constitutive model under freeze-thaw and loading for rock and its engineering application[J]. Cold Regions Science and Technology, 2018, 145: 142 – 150.
- [20] KACHANOV M. Effective elastic properties of cracked solids: critical review of some basic concepts[J]. Applied Mechanics Reviews, 1992, 45(8): 304 – 335.
- [21] 温韬,唐辉明,刘佑荣,等.考虑裂纹闭合效应的岩石 损伤力学模型及耗散能量分析[J].长江科学院院报, 2016, 33(5): 69 - 75. [WEN Tao, TANG Huiming, LIU Yourong, et al. A rock damage mechanics model and analysis on damage energy dissipation in consideration of crack closure effect[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2016, 33(5): 69 - 75. (in Chinese with English abstract)]
- [22] 蒋维, 邓建, 李隐. 基于对数正态分布的岩石损伤本构 模型研究 [J]. 地下空间与工程学报, 2010, 6(6): 1190-1194. [JIANG Wei, DENG Jian, LI Yin. Study on constitutive model of rock damage based on lognormal distribution[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2010, 6(6): 1190-1194. (in Chinese with English abstract)]
- [23] 张彪,张遂安,夏立满,等. 煤岩破坏过程中的统计损伤模型研究[J]. 煤矿安全,2017,48(11):13-16.
  [ZHANG Biao, ZHANG Sui'an, XIA Liman, et al. Study on statistical damage model of coal rock destruction process[J]. Safety in Coal Mines, 2017, 48(11):13-16. (in Chinese with English abstract)]
- [24] 杨明辉,孙龙,赵明华,等.基于统计损伤理论的非饱和土简易本构模型[J].水文地质工程地质,2015,42(3):43-48. [YANG Minghui, SUN Long, ZHAO Minghua, et al. A simplified unsaturated soil constitutive model based on statistical damage theory[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2015, 42 (3):43-48. (in Chinese with English abstract)]