

略论位(重力)基数测量在水利建设中的应用

张赤军,许厚泽

(中国科学院 测量与地球物理研究所,湖北 武汉 430077)

摘要:为改变西部干旱缺水,在西部大开发中,大规模、长尺度地兴修水利,如南水北调,将有必要进行。基于同一个水准面上高程相同的原则,本文强调在上述工程的设计施工时应该使用与位基数意义相同的力高高程。据计算,在纬度差为 12° ,高差相差的近 2 500 m 的同一条测线上,现行的高程与力高高程相差 7 m 之多,这样大的偏差是不能忽略的。文中对高程测量中重力点的布设及重力内插的精度等也提出了新的看法。

关键词:位基数;力高;水利建设;重力测量

中图分类号:P631.1

文献标识码:A

文章编号:1000-8918(2002)01-0068-03

从大地测量学可知,在地球重力场中进行的水准测量,只有几何意义,而无物理意义,以致从大地水准面出发,经不同路线到地面一点的高程(差)互不相等,这是由于通过地面点的水准面与大地水准面互不平行所致。而目前各国在高程系统中采用的正高或正常高在同一水准面上具有不同的值,这给水利建设带来不便,为满足这一条件,在水利工作中则采用位基数或力高。所谓位基数就是大地水准面上一点与过地面点重力位之差,可通过水准测量和重力测量来实现,和位基数等价与相应的高程就是力高。

由于西部大多属高原和高山地区,在它的北部、西部干旱少雨,现今沙漠化现象又相当严重,这不仅严重制约该地区的工农业的发展,而且影响到人类的生存和生活。近年不少学者提出了南水北调的西线方案,如果以雅鲁藏布江(径流量仅次于长江、珠江,约为黄河的 3 倍)往北引水方案为例,在如此长达 1 000 多 km 的水准路线上,需按力高的原理与方法来确定高程,若仍以传统的方法来确定,由此将会产生近 7 m 的偏差,无疑这将影响水利工程的质量与功能。

由于用重力位差可以确定一点的水准面相对于另一点水准面的垂直距离,早在 19 世纪就引起大地测量学家们的注意^[2]。为便于实际应用,1871 年 Helmert 提出用一个长度来表示上述的位差,这时的位差必须与一个等于常数的重力值相除,并把这

一常数定为纬度等于 45° 处的正常重力值。在 1955 年前,国际上仍采用力高高程,而在同年的大地测量协会上,则决定采用与高程相应的位基数^[3]。有了这样的位基数,即可方便地求出力高,也可求出正常高和正高。因此高程的测量实质上是位基数的测量,只有水准测量与重力测量相结合,并由这种方法确定的高程才能唯一。只有用力高表示的高程,在水利建设中才有实际意义。以往由于一些原因,例如,若干国家的疆域不大,设施水利路线不长,或由于湖区的范围有限,致使力高未得到实际的应用,如今一些国家大规模水利及海堤建设正在兴起,全球垂直基准正在建立,作为一种具有真实意义的力高高程的研究和应用必将得到进一步重视。

1 由位基数求得的力高在水利上甚为必要

如前所述,地面一点高程是过该点的重力水准面相对于大地水准面的距离,它是与路径无关的,力高的特点是在同一水准面上有同一个高程,故适合于水利建设。由于重力等位面互不平行也不相交^[4],人们早已认识到单纯的水准测量只能提供 2 点间的几何高差,随着所经过的路径不同,所得的高差也不相同,只有将这种几何的高差测量与重力测量相结合,所求得的高差才有物理意义和实用价值。

地面一点 A 和大地水准面上的 O 点的位差: $W_0 - W_A$,且

$$W_0 - W_A = \int_0^A g dh = C, \quad (1)$$

这时称 C 为 A 的位基数。依量纲看,它不是距离,但实际上它是高程的自然量度。若将它进行转化,则很容易定出这种量度,位基数近似为 $0.98 \times 10 \text{ m}^2/\text{s}^2$,它接近或相当于 1 m 的高程。如果测量高程的精度达到 1 mm ,则位基数相应为 $1 \times 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}^2$ 。

如果取大地纬度 $B = 45^\circ$ 处的正常重力 γ_{45° ,对正常地球而言它是全球重力的平均值,若将位基数 C 与之相除,则得力高

$$h^d = C/\gamma_{45^\circ}. \quad (2)$$

以往由于一些原因,至今尚未使这种物理意义明确的高程—力高在各国得到广泛统一的应用,今后随着全球垂直基准研究的深入,以及人们的重视,预计对力高的研究和应用,必将受到进一步的重视。

顺便指出,现今的空间大地测量技术如 GPS、SLR 等已广泛地得到应用,它们的定位的精度(包括大地高)也越来越高,但由于它们所测的距离和高程,仅是几何量,并不具有上述的物理意义,倘若它们与重力场元素相结合,则其作用将更为明显。

2 由位基算得的力高与正常高之差在山区不可忽视

按我国的大地测量法式规定,采用的高程属为正常高系统,当然有些国家则采用正高系统,目前已能用高精度方法求得^[5]。所谓正常高是由似大地水准面到地面一点的高程,而这里,地面一点的正常高

$$h^\gamma = \frac{1}{\gamma_m} \int_0^A g dh = C/\gamma_m, \quad (3)$$

$$\gamma_m = \gamma_0 + \frac{1}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial h} \Big|_0 h + \frac{1}{6} \frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} \Big|_0 h^2 + \alpha h^3 \quad (4)$$

在式中, γ_m 为沿正常重力线的正常重力平均值,并且 $\partial \gamma / \partial h = -2GM/a^3$, $\partial^2 \gamma / \partial h^2 = 6GM/a^4$, a 为地球赤道半径, GM 为地球的引力常数(牛顿万有引力常数 G 与地球质量 M 的乘积), h 为地面的高程(计算时可取为正常高,对精度无影响),一般取 $\partial \gamma / \partial h = -3.086 \times 10^{-9} \text{ s}^{-2}$, $\partial^2 \gamma / \partial h^2 = 1.4 \times 10^{-12} \text{ m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ 。顾及(2)和(3)式,有

$$h^d = h^\gamma + [(\gamma_m - \gamma_{45^\circ})/\gamma_{45^\circ}] h^\gamma. \quad (5)$$

对于 k, j 点的力高高差,则有

$$h_k^d - h_j^d = \frac{1}{\gamma_m} [\gamma_m(k) h_k^\gamma - \gamma_m(j) h_j^\gamma] =$$

$$h_k^\gamma - h_j^\gamma + \frac{\gamma_{45^\circ} - \gamma_m(j)}{\gamma_{45^\circ}} h_j^\gamma - \frac{\gamma_{45^\circ} - \gamma_m(k)}{\gamma_{45^\circ}} h_k^\gamma = h_k^\gamma - h_j^\gamma + \Delta h, \quad (6)$$

式中 Δh 为力高高差改正即上式中的后 2 项,根据 1980 年正常重力公式

$$\gamma = 978.032.677(1 + 0.00530244 \sin^2 B - 0.00000585 \sin^2 2B) \times 10^{-5} \text{ m/s}^2 \quad (7)$$

可得 $\gamma_{45^\circ} = 980.619.935 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$ 。

如取雅鲁藏布大峡谷上游处(南站)的概略纬度为 28° ,概略高度为 4000 m ,由南水北调到嘉峪关(北站)的概略纬度为 40° ,概略高程为 1500 m ,又根据公式(4)(6)(7)可得 $\Delta h = -7.38 \text{ m}$,即 2 种高程相差为 7.38 m ,此值是相当大的。

若取上一测线上平均纬度为 34° 的正常重力值: $\gamma_{34^\circ} = 979.649.391 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$ 代替 45° 处的值,则由相应的公式可计算得 $\Delta h = -6.80 \text{ m}$ 。上述两者的差别在于所取平均纬度不同,前者是指全球性,而后者是指区域性,但不管怎样,上述 2 点的动力高高差与正常高高差相比,互差达 7 m 左右,这个差值确实很大,故在水利设计、施工时必须考虑。

3 位基数测量中重力点的布设

如前所述力高是重力位差测量中相当于长度的一种标志,其中重力测量是不可缺少的,因此,用什么原则来进行重力点的布设是值得探讨的一个问题。

由(1)式可知, A, B 点间的重力位差:

$$\Delta C = W_A - W_B = \int_A^B g dh, \quad (8)$$

式中重力 $g = \partial W / \partial h$,在实际工作中,是用数值积分(累加)方法完成上述任务,也就是说用水准测量(附有一定精度的重力数据)一站一站地传测下去,对某一测站而言,前后测点为 $j-1$ 和 j ,前后视线高度为 h_{j-1}, h_j , p_{j-1}, p_j 为与视线相应的水准面的距离,由文献[2]有

$$\begin{aligned} \Delta C_{j,j-1} &= W_{j-1} - W_j = \\ &= (h_{j-1} - p_{j-1})g_{j-1} - (h_j - p_j)g_j + \\ &= \frac{1}{2}(h_{j-1} - p_{j-1}) \gamma \left(\frac{dg}{dh} \right)_{j-1} - \\ &= \frac{1}{2}(h_j - p_j) \gamma \left(\frac{dg}{dh} \right)_j. \end{aligned} \quad (9)$$

若顾及 $dg/dh = d\gamma/dh = -3.086 \times 10^{-9} \text{ s}^{-2}$, $h_{j-1} - h_j$ 小于 3 m , $g_j - g_{j-1}$ 不大于 $3 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$,对于 1 条经大地水准面(零点)起算到待求点的位基数 C

值(其中 $C = \sum \Delta C$),有

$$C = \sum_{j=1}^n (h_{j-1} - h_j) \frac{g_j + g_{j-1}}{2} - 0.0772 \sum_{j=1}^n (h_{j-1}^2 - h_j^2) \lambda \quad (10)$$

据初步研究(10)式中第二项的影响可能达到 1 cm 左右,在 高程计算中仍需顾及,不过在讨论重力测量误差时暂不考虑,这时,

$$C = \sum_{j=1}^n \bar{g}_j \Delta h_j, \quad (11)$$

\bar{g}_j 为 j 和 $j+1$ 点间重力平均值,同理对相邻两水准点(l, m)的位基数之差,有

$$\Delta C_{l,m} = C_l - C_m. \quad (12)$$

以对 $\Delta C_{l,m}$ 的微分代表它的误差,并在此处不考虑 $h_l - h_m$ 的误差,则在 l, m 点间的力高的误差为

$$\delta \Delta C_{l,m} = \delta \bar{g} (h_l - h_m) \lambda \quad (13)$$

$\delta \bar{g}$ 为 \bar{g} 的误差,在实际操作中,一般先规定出位基数的误差,然后再确定重力(异常)的误差,最后才确定重力测点的间距。今设水准测量中每公里的中误差为 ± 2 mm,并设相应于它的 $\delta \Delta C$ 为 $25 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}^2$,鉴于我国西部属于大山区,按文献[6]的研究结果,大山区的最大地形坡度接近 1:10,亦即在 1 km 内有 100 m 的高差,在上式中 $h_l - h_m$ 取为 100 m,将上述结果代入(13)式后可求得 $\delta \bar{g} = 2.5 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$ 。

现根据描述重力测量代表误差与测区面积(边长)之间关系的格拉夫·亨特公式

$$E = c(\sqrt{X} + \sqrt{Y}), \quad (14)$$

式中 E 为重力测量的代表误差, c 为它的系数, X 和 Y 是长方体的边长,以 km 为单位,现取 $\sqrt{X} = \sqrt{Y}$,且 $E = \delta \bar{g}$,这时

$$\delta \bar{g} = 2c\sqrt{X}. \quad (15)$$

由文献[6]可知,对于高山区布格重力异常的代表误差系数 c 为 1.3,将该值与 $\delta \bar{g} = 2.5 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$ 代入(15)式,可求得 $X = 1 \text{ km}$ 。如测区具有 1:5 万或 1:10 万重力异常图,便能符合上述要求^[7],按成图要求,剖面测量的点距为 0.5~1 km。这里设重力异常 Δg 和 \bar{g} 的误差均等价于重力值的误差 δg ,同样对重力异常的代表误差也用 δg 代替。

关于水准路线上重力点的布设,不少文献如文献[8][9]已经提及,不过他们都是按正常高设计的,其原则大体相同,其中还介绍了一些试验结果。文献[2]介绍了好几个作者的工作,其中有的作者认为

为重力点的距离在山区为 0.5~1.5 km。总之这些工作还在试验中。根据初步工作,我们认为:在山区高程路线上,若每公里的误差为 2 mm 时,重力点的点距以 1 km 为宜。

值得提及的是,在公式(11)中,采用的是重力值 g 或 \bar{g} ,而我们在估计代表误差时,用的是布格异常代表误差系数,当用布格异常作内插重力(g)时,需用到岩石的密度,因为

$$g = \gamma - 0.3086h + 1.4 \times 10^{-7}h^2 + 2\pi G\rho h, \quad (16)$$

所以,在仅顾及岩石密度情况下,有

$$\delta g = 2\pi G h \delta \rho. \quad (17)$$

上式中, G 为引力常数, ρ 为岩石密度,其误差为 $\delta \rho$,若要求 $\delta g \leq 2.5 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$,当取平均高度 $\bar{h} = 3000 \text{ m}$ 时,则 $\delta \rho \leq \pm 50 \text{ kg/m}^3$,只要沿水准路线收集有代表意义的岩石标本,使其误差小于 50 kg/m^3 仍是可以做到的。

4 结论

1. 水利建设是西部开发的基础设施之一,在西部的长尺度的水利和南水北调的工程中,位基数测量不可缺少。

2. 采用与位基数等效的力高才适宜于该项建设,因在同一个重力水准面上高程相等,而正常高不具有这一性质,在西部二者之差可达 7 m 左右,这不能忽视。当然,由正常高也可改化为力高的。

3. 关于测量路线上重力点的布设,在西部山区,对于每公里高程测量误差为 2 mm 时,点距以 1 km 为宜,在现行水准测量规范中,规定为 2~6 km 看来似乎不妥。

4. 当用布格异常作重力内插时,需在水准路线上收集岩石标本,并使其误差小于 50 kg/m^3 。

5. 关于重力垂直梯度对力高的影响等问题仍需进一步研究。

参考文献:

[1] 许厚泽,陆仲连.中国地球重力场与大地水准面[M].北京:解放军出版社,1997.

[2] Feremeev B,Yourkina M N. Height theory of earth gravity[M]. Moscow:Mineral Press,1972.

[3] Heiskanen W A, Moritz H. Physical geodesy[M]. San Francisco:Freeman and Company,1967.

[4] 管泽霖,天津生.地球形状及外部重力场[M].北京:测绘出版社,1981.

THE ESTABLISHMENT OF THE FROZEN EARTH GEOPHYSICAL MODELS FOR QINGHAI-TIBET RAILWAY

LI Lai-xi , HAN Yong-qi

(No. 1 Surveying and Designing Institute , Ministry of Railways , Lanzhou 730000 , China)

Abstract : Based on the analysis of composite geophysical data obtained during the frozen earth exploration along the Qinghai-Tibet Railway , this paper has set up two representative geophysical models for frozen earth , which are not only conducive to the interpretation of field frozen earth data but also of some guiding significance in future geophysical exploration work of frozen earth areas.

Key words : Qinghai-Tibet Railway ; geophysical model ; key bed of frozen earth

作者简介 : 李来喜 男 ,1991 年 7 月毕业于河北地质学院物探系 ,现为铁道部第一勘测设计院物探工程师。



(上接 70 页)

[5] 张赤军 . 珠穆朗玛峰大地水准面与高程的测定 [J]. 科学通报 , 1997 42(23) :1543 - 1545 .	[8] Pelelin R P . Advanced geodesy[M]. Moscow :Mineral Press , 1978 .
[6] 陆仲连 . 地球重力场理论与方法 [M]. 北京 :解放军出版社 , 1996 .	[9] Torge W . Gravimetry[M]. Walter de Grayter ,Berlin-New york , 1989 .
[7] 王家林 ,王一新 ,万明浩 . 石油重磁解释 [M]. 北京 :石油出版	

A TENTATIVE DISCUSSION ON THE APPLICATION OF GRAVITY POTENTIAL BASE SURVEY TO THE CONSTRUCTION OF WATER CONSERVANCY PROJECTS

ZHANG Chi-jun , XU Hou-ze

(Institute of Surveying and Geophysics , Chinese Academy of Sciences , Wuhan 430077 , China)

Abstract : In the light of the principle that elevations should be identical at the same water level , it is held that the potential base-equivalent elevation which has the same meaning as the potential base ought to be used in the designing and construction of water conservancy projects. Calculation shows that the difference between the currently-used elevation and the potential base-equivalent elevation is as large as 7 m along the same measuring line with latitude difference 12° and altitude difference nearly 2500 m. Such a large deviation should not be neglected. This paper also puts forward some opinions on the arrangement of gravity points in elevation measurement and the precision of gravity interpolation.

Key words : potential base ; potential base-equivalent elevation ; construction of water conservancy projects ; gravity survey.

作者简介 : 张赤军(1933 -) 男 ,中国科学院测量与地球物理研究所研究员 ,长期从事大地重力学研究 ,发表论文近百篇。