

DOI:10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.2018.01.08

基于 Pasternak 双参数地基模型的 陡坡段桥梁基桩内力计算方法

赵明华, 彭文哲, 杨超炜, 肖 尧
(湖南大学岩土工程研究所, 湖南 长沙 410082)

摘要: 为考虑土体剪切模量对陡坡段桥梁基桩内力计算的影响, 首先探讨桩后土压力的分布形式, 并根据陡坡段桥梁基桩的承载特性建立简化分析模型; 其次, 引入 Pasternak 双参数模型, 建立可考虑土体剪切模量的地基抗力计算模型; 并在此基础上分别对受荷段与嵌固段基桩微元进行受力分析, 求得各段控制差分方程, 从而进一步迭代求解桩身位移及内力; 最后, 分别用陡坡段桥梁基桩实测数据与 Pasternak 双参数模型算例对本文内力计算方法进行验算, 结果表明: 本文计算方法用于陡坡段桥梁基桩内力计算是合理的, 可为同类工程提供参考。

关键词: 桥梁工程; 桩基础; 陡坡; 双参数地基模型; 有限差分

中图分类号: TU473.1⁺2

文献标识码: A

文章编号: 1000-3665(2018)01-0052-08

Inner-force calculation of bridge pile foundation in a high-steep slope based on the pasternak double-parameter spring model

ZHAO Minghua, PENG Wenzhe, YANG Chaowei, XIAO Yao
(Geotechnical Institute of Hunan University, Changsha, Hunan 410082, China)

Abstract: In order to examine the influence of shear modulus on bridge pile foundation in a high-steep slope, the distribution of soil pressure is discussed, and a new simplified calculation model is presented according to the bearing characteristics of bridge pile foundation in the high-steep slope. Based on the Pasternak double-parameter spring model for foundations, a new ground resistance model is used to describe the shear action. The stress of pile elements of the loaded period and the fixed period is analyzed, and the governing differential equations are established. The finite-difference solution of displacement and force of pile foundation are obtained by solving these equations. The inner-force calculation is separately compared with the testing data of bridge pile foundation in the high-steep slope and an example of the Pasternak double-parameter spring model for foundations is presented. The results indicate that the theoretical calculation results are in good agreement with the experimental data, illustrating that this calculation approach is of great significance for the preliminary design of bridge pile foundation in high-steep slopes.

Keywords: bridge engineering; pile foundation; steep slope; double-parameter spring model; finite difference method

随着我国西部地区的崛起, 大量高等级公路将穿越山区, 陡坡段桥梁桩基工程日益增多。基桩的内力

计算为工程设计的关键技术之一。陡坡段桥梁基桩受力复杂, 在内力计算方法研究过程中, 不但要考虑来自

收稿日期: 2017-04-15; 修订日期: 2017-05-25

基金项目: 国家自然科学基金项目资助(51478178)

第一作者: 赵明华(1956-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事桩基础和软土地基处理等研究。E-mail: mhzhaohd@21cn.com

桩顶水平与竖向荷载的共同作用,还要考虑桩后土体的土压力,同时还有“陡坡效应”的影响,使其受力性状远比普通倾斜受荷桩和抗滑桩复杂。

目前,众多学者对该问题进行了研究。侯运秋等^[1]基于 m 法推导了轴横向荷载作用下柔性桩的解析解,并通过室内模型试验验证了其理论的正确性;程建军等^[2]通过工程实例,对比分析了计算滑坡推力时传递系数法、刚体极限平衡法和有限元数值法这三类计算方法的差异,并讨论了各类方法的实用性及不足;戴自航^[3]、杨涛等^[4]根据抗滑桩模型试验和现场试桩实测试验资料,提出了相应的滑坡推力和土体抗力分布函数;随后,文献[5~6]结合陡坡段桥梁基桩承重和抗滑的双重作用,提出了陡坡段桥梁基桩内力及位移计算模型。以上理论计算方法均采用 Winkler 地基模型,概念明确,计算简单,对工程实践有一定的指导作用,但仍存在不足之处,Winkler 地基模型未考虑桩前土体的剪切刚度,难以反映剪切刚度较大边坡桩前土抗力的真实情况。然而,Pasternak 双参数地基模型能较好地弥补 Winkler 地基模型的不足。

张望喜等^[7]基于 Pasternak 双参数地基理论,采用能量变分原理推导了推力长桩平衡微分方程,并求得了推力长桩的水平位移解析解。魏东旭^[8]讨论了几种工程中常用的模型,并分析了 Pasternak 双参数地基模型与其他模型(Winkler 地基模型以及三参数模型)之间的差异。梁发云等^[9]基于 Pasternak 双参数地基模型提出了考虑土体剪切作用的水平受荷桩简化分析方法,并讨论了剪切刚度对水平受荷桩性状的影响。张载^[10]采用能量法推导出了 Pasternak 双参数地基模型下的压缩基床系数和剪切基床系数的解析表达式。由以上研究可知,Pasternak 双参数地基模型可考虑桩前土体的剪切模量,与 Winkler 地基模型相比,理论上更为严谨合理,在计算精度上也有所提高。

本文的目的在于提出一种新的陡坡段桥梁基桩内力计算方法。其基本思路是:引入 Pasternak 双参数地基模型来探讨基桩受力与变形问题。为此,将首先对陡坡段桥梁基桩土压力的分布规律进行研究,并引入 Pasternak 双参数地基模型;然后运用数值方法求解桩身内力及位移;最后通过工程实例验证本文方法的合理性。

1 土压力分布规律研究

陡坡上的倾斜受荷桩与一般受荷桩及抗滑桩在承载机理上有所不同^[1,11]。其主要表现为桩后土压力的影响。土压力的大小及分布模式在抗滑桩领域研究广泛,是抗滑桩设计计算中最重要的问题之一,研究内容

主要包括分布模式及合力作用点的位置^[3]。目前常用的土压力分布形式主要有三角形、矩形和梯形三种。国外多采用三角形分布,合力作用点为潜在滑动面以上的下三分点;而国内多采用矩形分布,合力作用点位于滑面以上的中分点处。

我国一些模型试验^[12~13]结果表明,当边坡体为松散土(如砂土)时,土压力基本为三角形分布,当边坡体为黏性土时,下滑力更接近于顶点位于滑面附近的抛物线分布。而根据我国一些滑坡现场试桩的实测资料分析,陡坡段桥梁基桩侧向土压力采用抛物线分布更为合理。

坡体与基桩的相互作用如图1所示。

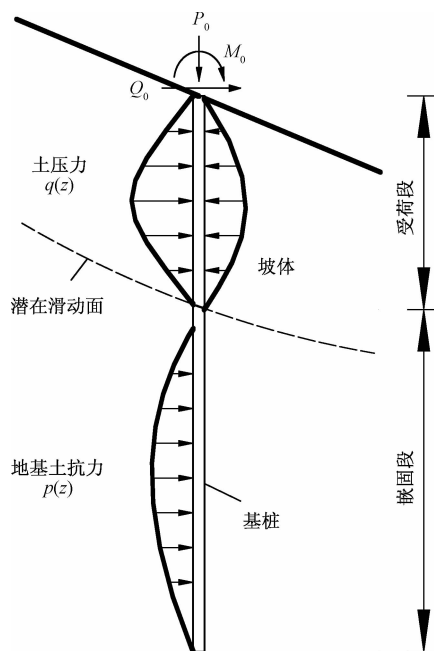


图1 坡体与基桩的相互作用

Fig.1 Interaction of slope and pile

2 试验设计与方法

目前,水平受荷桩多采用弹性理论进行分析计算,常用的分析方法有:弹性理论法、有限单元法和弹性地基反力法。相较于前两种方法,基于 Winkler 模型的弹性地基反力法概念更为明确,求解过程更简单,是基桩受力分析中应用较为广泛的方法,工程中较为实用。但该模型未能考虑土体弹簧间的剪切作用,与土体的实际传力状态存在一定的差距。

Pasternak 双参数地基模型^[14]是在 Winkler 地基模型基础上,假设各弹簧单元层间存在着剪切的相互作用。这种剪切的相互作用是通过将弹簧单元与一层只能发生横向剪切变形而不可压缩的剪切层连接实现的,如图2所示。

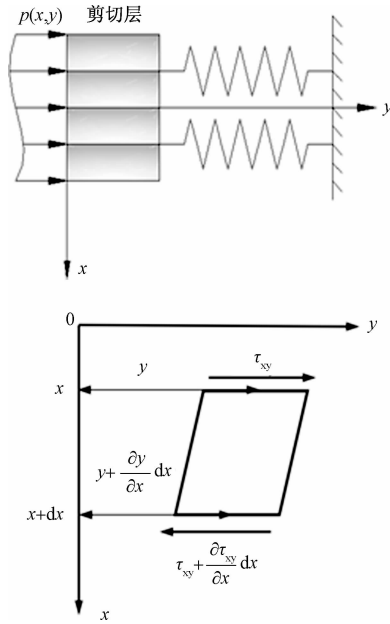


图2 双参数地基模型

Fig. 2 Two-parameter foundation model

用上述方法得到的模型可以写成如下形式:

$$q(z) = ky(z) + G_p \cdot \frac{d^2 y}{dz^2} \quad (1)$$

式中: $q(z)$ ——地基反力/($\text{kN} \cdot \text{m}^{-2}$);

y ——桩身挠度/m;

k ——地基反力系数/($\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$), $k = mz$ (m 为地基比例系数);

G_p ——地基土的剪切模量/($\text{kN} \cdot \text{m}^{-2}$).

当 $G_p = 0$ 时, Pasternak 地基模型就退化为 Winkler 模型。

地基土的剪切模量 G_p 可通过公式(2)求得:

$$G_p = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2)$$

式中: E ——地基土的变形模量/($\text{kN} \cdot \text{m}^{-2}$);

ν ——地基土的泊松比。

3 桩身内力和位移分析

3.1 基本假定及微分方程

根据上述分析,为建立倾斜荷载下陡坡段桥梁基桩受荷段受力平衡微分方程做如下假定:

(1) 基桩一直处于弹性状态;

(2) 受荷段基桩承受抛物线型土压力,分布函数为:

$$p(z) = az^2 + bz + c (0 \leq z \leq h_1) \quad (3)$$

式中: h_1 ——滑面以上桩身长度/m;

a, b, c ——土压力分布函数系数。

(3) 滑面以上土体的地基反力系数沿深度呈线性变化,即 m 法,滑面以下土体的地基反力系数符合 $mz + C$ 的线性规律;

(4) 桩身轴力因自重和桩侧摩阻力随深度线性变化,分布如下:

$$P(z) = P_0 + fz \quad (4)$$

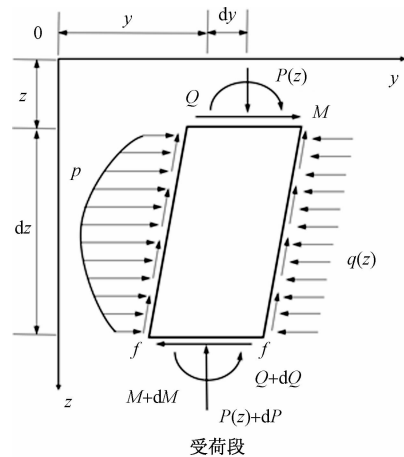
式中: $P(z)$ ——桩顶以下 z 处桩身轴力/ kN ;

P_0 ——桩顶轴向荷载/ kN ;

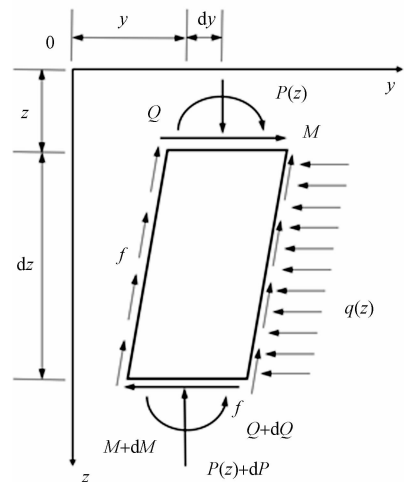
f ——沿桩身的自重和桩侧摩阻力的合力/($\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$), $f = A\gamma_c - Uq_s/2$ (A 为桩截面面积, γ_c 为混凝土重度, U 为桩截面周长, q_s 为桩侧摩阻力)。

对倾斜荷载下单桩进行受力分析(图3),应力的正负号规定与弹性力学规定一致。

取受荷段微元进行分析,两端作用有弯矩、剪力和轴力,两侧为土压力、地基抗力及侧摩阻力,对图中微元下端中点取矩,其平衡方程如下:



受荷段



嵌固段

图3 基桩微元受力分析

Fig. 3 Force diagram of pile element

$$(M + dM) - M - P(z)dy - Qdz - \frac{1}{2}p(dz)^2 + \frac{1}{2}q(dz)^2 = 0 \quad (5)$$

略去二阶微分,并将式(5)对 z 求导得:

$$\frac{d^2 M}{dz^2} - \frac{d}{dz} \left(P \frac{dy}{dz} \right) - \frac{dQ}{dz} = 0 \quad (6)$$

又 $\sum x = 0$,得:

$$dQ + qdz - pdz = 0 \quad (7)$$

即:

$$\frac{dQ}{dz} = p(z) - q(z) \quad (8)$$

将 $M = EI \frac{d^2 y}{dz^2}$ 和式(8)同时代入式(6),则有:

$$EI \frac{d^4 y}{dz^4} - (P_0 + fz) \frac{d^2 y}{dz^2} - f \frac{dy}{dz} +$$

$$b_1 G_p \frac{d^2 y}{dz^2} + b_1 m y z = a z^2 + b z + c \quad (9)$$

式中: P_0 ——桩顶竖向荷载;

f ——桩侧摩阻力;

m ——地基比例系数;

b_1 ——桩截面计算宽度;

G_p ——地基剪切模量;

EI ——桩身抗弯刚度。

若令 $\lambda^2 = \frac{P_0}{EI}$; $k^3 = \frac{f}{EI}$; $\alpha^5 = \frac{mb_1}{EI}$; $\beta^5 = \frac{b_1 G_p}{EI}$

则式(9)可写成:

$$\frac{d^4 y}{dz^4} - (\lambda^2 + k^3 z - \beta^5) \frac{d^2 y}{dz^2} - k^3 \frac{dy}{dz} + \alpha^5 y z = \frac{az^2 + bz + c}{EI} \quad (10)$$

采用有限差分法对式(10)求解,如图4所示,自桩顶至桩底将全桩分成 N 分段,各节点编号 i 分别记为 $0, 1, \dots, K, K+1, \dots, N$,并在桩顶和桩底分别增加2个虚拟节点便于表示桩顶及桩底处挠度,其中 K, N 分别为滑面和桩底处节点编号。

3.2 受荷段桩身位移的有限差分分解

由式(10)可得受荷段任意节点 i ($0 \leq i \leq K = h_1/h$)处控制差分方程为:

$$\begin{aligned} x_{i-2} + [-4 - h^2(\lambda^2 + k^3 hi - \beta^5) - 0.5k^3 h^3]x_{i-1} + \\ [6 + 2h^2(\lambda^2 + k^3 hi - \beta^5) + \alpha^5 ih^5]x_i + \\ [-4 - h^2(\lambda^2 + k^3 hi - \beta^5) + 0.5k^3 h^3]x_{i+1} + \\ x_{i+2} = \frac{h^4[a(ih)^2 + b(ih) + c]}{EI} \end{aligned} \quad (11)$$

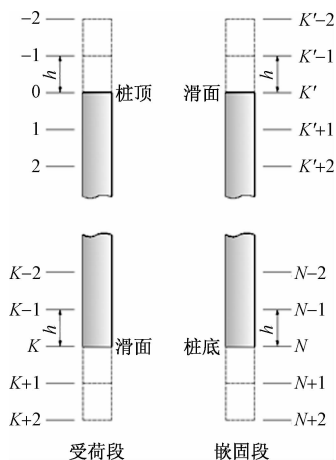


图4 基桩差分点

Fig. 4 Differential points of pile

式中: x_i —— i 处的桩身挠度。

桩顶边界条件如式(12a)和(12b)所示:

$$\left. \frac{x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}}{h^2} \right|_{i=0} = \frac{M_0}{EI} \quad (12a)$$

$$\left. \frac{x_{i+2} - 2x_{i+1} + 2x_{i-1} - x_{i-2}}{2h^3} - (\lambda^2 + k^3 hi) \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2h} \right|_{i=0} = \frac{Q_0}{EI} \quad (12b)$$

桩顶处节点编号为0,将 $i=0$ 代入式(12a)和(12b),简化可得桩顶附近5个节点挠度之间的关系式(13)和(14):

$$x_{-1} - 2x_0 + x_1 = \frac{M_0 h^2}{EI} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} (x_{-2} - 2x_{-1} + 2x_1 - x_2) - \lambda^2 h^2 (x_{-1} - x_1) \\ = \frac{-2Q_0 h^3}{EI} \end{aligned} \quad (14)$$

联立式(13)和(14),整理可得桩顶处相邻节点挠度之间的递推关系式(15)及(16):

$$x_{-1} = 2x_0 - x_1 + \frac{M_0 h^2}{EI} \quad (15)$$

$$x_{-2} = (2 + \lambda^2 h^2)x_{-1} - (2 + \lambda^2 h^2)x_1 + x_2 - \frac{2Q_0 h^3}{EI} \quad (16)$$

为便于在后续迭代计算中统一形式,分别令: a_{-1}

$= 2, b_{-1} = 1, c_{-1} = \frac{M_0 h^2}{EI}$,则式(15)可以表示为:

$$x_{-1} = a_{-1}x_0 - b_{-1}x_1 + c_{-1} \quad (17)$$

式(17)即为用节点0与1处挠度表示节点-1处挠度的表达式,以此类推。

然后令式(11)中 $i=0$,将式(15)和式(16)代入其中,可将5个节点挠度间的关系式简化为3个相邻节点(0,1,2)之间关系式:

$$(2 + 2\lambda^2 h^2 - k^3 h^3)x_0 - (4 + 2h^2\lambda^2 - k^3 h^3)x_1 + 2x_2 = \left[(2 + 0.5k^3 h^3 - h^2\beta^5) \frac{M_0}{h} + 2Q_0 \right] \frac{h^3}{EI} \quad (18)$$

整理可得节点0挠度与节点1和2挠度之间的递推关系式:

$$x_0 = a_0 x_1 - b_0 x_2 + c_0 \quad (19)$$

式中:

$$a_0 = \frac{(4 + 2\lambda^2 h^2 - k^3 h^3)}{d_0}$$

$$b_0 = \frac{2}{d_0}$$

$$c_0 = \left[(2 + 0.5k^3 h^3 - h^2\beta^5) \frac{M_0}{h} + 2Q_0 \right] \frac{h^3}{EI}$$

$$d_0 = 2 + 2\lambda^2 h^2 - k^3 h^3$$

再令式(11)的 $i=1$,可得节点-1,0,1,2,3处挠度间关系式,并将式(17)和(19)代入简化可得节点1挠度与节点2和3挠度之间的递推关系式:

$$x_1 = a_1 x_2 - b_1 x_3 + c_1 \quad (20)$$

式中:

$$a_1 = [4 - 4b_0 + h^2(\lambda^2 + k^3 h - \beta^5)(1 - b_0) - 0.5k^3 h^3(1 + b_0) + a_{-1}b_0]/d_1$$

$$b_1 = \frac{1}{d_1}$$

$$c_1 = \{h^4(ah^2 + bh + c)/EI - c_{-1} - c_0[a_{-1} - 4 - h^2(\lambda^2 + k^3 h - \beta^5) - 0.5k^3 h^3]\}/d_1$$

$$d_1 = 6 - 4a_0 + 2h^2(\lambda^2 + k^3 h - \beta^5)(2 - a_0) + a_1^5 + a_{-1}a_0 - 0.5k^3 h^3 a_0 - b_{-1}$$

采用上述方法,联立已有递推关系式,依次进行迭代可得出各节点挠度之间的递推关系:

$$x_i = a_i x_{i+1} - b_i x_{i+2} + c_i \quad (21)$$

当 $i \geq 1$ 时,

$$a_i = [4 - 4b_{i-1} + h^2(\lambda^2 + ik^3 h - \beta^5)(1 - b_{i-1}) - 0.5k^3 h^3(1 + b_{i-1}) + a_{i-2}b_{i-1}]/d_i$$

$$b_i = \frac{1}{d_i}$$

$$c_i = \left\{ \frac{h^4[a(ih)^2 + b(ih) + c]}{EI} - c_{i-2} - c_{i-1}[a_{i-2} - 4 - h^2(\lambda^2 + ik^3 h - \beta^5) - 0.5k^3 h^3] \right\} / d_i$$

$$d_i = 6 - 4a_{i-1} + 2h^2(\lambda^2 + ik^3 h - \beta^5)(2 - a_{i-1}) + i\alpha_1^5 h^5 + a_{i-2}a_{i-1} - 0.5k^3 h^3 a_{i-1} - b_{i-2}$$

整理式(17)和式(19)~(21)可得到受荷段各节点 $i(0 \leq i \leq K = \frac{h1}{h})$ 挠度与相邻节点 $i+1$ 及 $i+2$ 挠度间的迭代关系式:

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= a_0 x_1 - b_0 x_2 + c_0 \\ x_1 &= a_1 x_2 - b_1 x_3 + c_1 \\ &\vdots \\ x_K &= a_K x_{K+1} - b_K x_{K+2} + c_K \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

3.3 嵌固段桩身位移的有限差分解

由式(10)可得嵌固段任意节点 $i(K \leq i \leq N)$ 处控制差分方程为:

$$(x_{i-2} - 4x_{i-1} + 6x_i - 4x_{i+1} + x_{i+2}) - h^2(\lambda^2 + k^3 ih - \beta^5)(x_{i-1} - 2x_i + x_{i+1}) - 0.5k^3 h^3(x_{i-1} - x_{i+1}) + \alpha_2^5 ihx_i + \omega^4 x_i = 0 \quad (23)$$

式中: $\omega^4 = \frac{Cb_1}{EI}$, $C = m_1 h_1$, $\alpha_2^5 = \frac{m_2 b_1}{EI}$ 。

桩底的位移和转角均为0,即:

$$\left. \begin{aligned} x_N &= 0 \\ \varphi_N &= \frac{x_{N+1} - x_{N-1}}{2} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

联立嵌固段控制差分方程(23)与桩底边界条件(24),令 $i=N$,可得节点 N 附近5个节点($N+2, N+1, N, N-1, N-2$)挠度的关系式:

$$x_{N+2} = [8 + 2h^2(\lambda^2 + Nk^3 h - \beta^5)]x_{N-1} - x_{N-2} \quad (25)$$

再令式(23)中 $i=N-1$,并联立式(24)可得节点 $N-1$ 处挠度与 $N-2$ 及 $N-3$ 挠度间的关系式:

$$[7 + 2\lambda^2 h^2 - 2(N-1)k^3 h^3 - 2h^2\beta^5 + (N-1)\alpha^5 h^5]x_{N-1} - [4 + (N-1)h^2\lambda^2 - h^2\beta^5 + 0.5k^3 h^3]x_{N-1} + x_{N-3} = 0 \quad (26)$$

整理可得递推公式:

$$x_{N-1} = a_{N-1} x_{N-2} - b_{N-1} x_{N-3} \quad (27)$$

式中:

$$a_{N-1} = \frac{[4 + h^2\lambda^2 + (N-1)k^3 h^3 - h^2\beta^5 + 0.5k^3 h^3]}{c_{N-1}}$$

$$b_{N-1} = \frac{1}{c_{N-1}}$$

$$c_{N-1} = 7 + 2\lambda^2 h^2 - 2(N-1)k^3 h^3 - 2h^2\beta^5 + (N-1)\alpha_2^5 h^5 + \omega^4 h^4$$

同理,令 $i=N-2$,得节点 $N-2$ 处挠度与 $N-3$ 及 $N-4$ 挠度间的关系式:

$$x_{N-2} = a_{N-2} x_{N-3} - b_{N-2} x_{N-4} \quad (28)$$

式中:

$$a_{N-2} = \{4 - 4b_{N-1} + h^2[\lambda^2 + (N-2)k^3h - \beta^5](1 - b_{N-1}) + 0.5k^3h^3(1 - b_{N-1})\} / c_{N-2}$$

$$b_{N-2} = \frac{1}{c_{N-2}}$$

$$c_{N-2} = 6 - 4a_{N-1} + 2h^2[\lambda^2 + (N-2)k^3h - \beta^5](2 - a_{N-1}) + (N-2)\alpha_2^5h^5 + \omega^4h^4 + 0.5k^3h^3a_{N-1}$$

综上,依次令 $i=N-3, N-4$,可得 $i \leq N-3$ 时,嵌固段各节点挠度满足迭代公式:

$$x_i = a_i x_{i-1} - b_i x_{i-2} \quad (29)$$

式中:

$$a_i = \{4 - 4b_{i+1} + h^2[\lambda^2 + ik^3h - \beta^5](1 - b_{i+1}) + 0.5k^3h^3(1 - b_{i+1}) + a_{i+2}b_{i+1}\} / c_i$$

$$b_i = \frac{1}{c_i}$$

$$c_i = 6 - 4a_{i+1} + 2h^2(\lambda^2 + ik^3h - \beta^5)(2 - a_{i+1}) + i\alpha_2^5h^5 + \omega^4h^4 + 0.5k^3h^3a_{i+1} + a_{i+2}a_{i+1}$$

因此由式(27)~(29)可得嵌固段各节点 $i(K \leq$

$$a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & 1 & -1 & 2 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -a_K & b_K & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -a_{K-1} & b_{K-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -a_{K-2} & b_{K-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a_{K'+2} & b_{K'+2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a_{K'+1} & b_{K'+1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -a_{K'} & b_{K'} \end{bmatrix}$$

$$c = \{0, 0, 0, 0, 0, c_K, c_{K-1}, c_{K-2}, 0, 0, 0\}^T$$

$$x = \{x_{K-2}, x_{K-1}, x_K, x_{K+1}, x_{K+2}, x_{K'+2}, x_{K'+1}, x_{K'}, x_{K'-1}, x_{K'-2}\}^T$$

求解该矩阵方程组,所得 x 即为滑面处及附近节点(上下段各5个节点)处位移,分别代入式(22)和式(30),可依次迭代求得其余各节点的位移,进而求解内力。

4 算例验证

4.1 算例1

为了验证本文提出的内力计算方法的合理性,现以文献[15]中K0+000~K52+000路段16号基桩的后桩为例进行计算。桩长28 m,桩身混凝土重度 $\gamma = 25 \text{ kN/m}^3$,单位面积极限摩阻力 $\tau = 40 \text{ kN/m}^2$ 。潜在滑动面上桩长 $l_1 = 5.2 \text{ m}$,地基比例系数 $m_1 = 10\,000 \text{ kN/m}^4$,嵌入下部稳定土层桩长 $l_2 = 22.8 \text{ m}$,地

$i \leq N$) 挠度与相邻节点 $i-1$ 及 $i-2$ 挠度间的迭代式:

$$\left. \begin{aligned} x_{K'} &= a_{K'} x_{K'-1} - b_{K'} x_{K'-2} \\ x_{K'+1} &= a_{K'+1} x_{K'} - b_{K'+1} x_{K'-1} \\ &\vdots \\ x_{N-1} &= a_{N-1} x_{N-2} - b_{N-1} x_{N-3} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

桩身在受荷段与嵌固段交界面处(滑面处)满足位移、转角、剪力及弯矩的连续条件,即:

$$\left\{ \begin{aligned} x_K &= x_{K'} \\ x_{K+1} - x_{K-1} &= -(x_{K'-1} - x_{K'+1}) \\ x_{K+2} - 2x_{K+1} + 2x_{K-1} - x_{K-2} &= -(x_{K'-2} - 2x_{K'-1} + 2x_{K'+1} - x_{K'+2}) \\ x_{K+1} - 2x_K + x_{K-1} &= x_{K'+1} - 2x_{K'} + x_{K'-1} \end{aligned} \right. \quad (31)$$

联立受荷段迭代关系式(22)、嵌固段迭代关系式(30)和连续条件(31)可得到滑动面处及附近节点(上下段各5个节点)的方程组,其矩阵形式如下:

$$ax = c \quad (32)$$

式中:

基比例系数 $m_2 = 30\,000 \text{ kN/m}^4$ 。桩身直径 $d = 1.8 \text{ m}$,混凝土弹性模量 $E_p = 2.79 \times 10^7 \text{ kPa}$ 。选取监测过程中上部结构施工阶段为例,作用于桩顶的荷载为:轴力6175 kN,水平力370 kN,偏心弯矩-1800 kN·m,基桩内埋设应变式传感器,具体埋设位置为沿基桩中心对称布置。

根据土压力盒监测结果分析,作用在基桩上的土压力为抛物线分布, $a = -0.4, b = 8, c = 50$ 时,其分布函数为:

$$p(z) = -0.4z^2 + 8z + 50 (0 \leq z \leq 5.2) \quad (33)$$

为便于计算,取差分长度 $h = 0.05 \text{ m}$,将全桩分为560个差分。由式(19)~(21)可得受荷段各差

分段迭代公式中的系数 a_i, b_i 与 c_i , 由式 (27) ~ (29) 可得嵌固段各差分迭代公式中系数 a_i 与 b_i , 联立连续条件 (31) 并根据本文有限差分解编写 MATLAB 程序, 将本文弯矩计算结果与文献 [15] 监测值和模拟值比较, 如图 5 与表 1 所示。

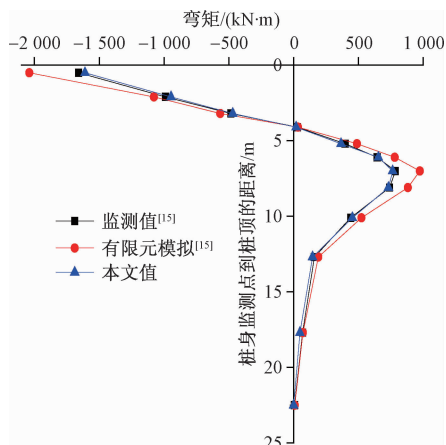


图 5 桩身监测点弯矩计算结果比较

Fig. 5 Comparison of the calculation results of pile

表 1 桩身弯矩监测值与计算结果比较

Table 1 Comparison between the measure moment and the calculation results of pile

桩身深度/m	上部结构施工阶段桩身弯矩值/(kN·m)				
	监测值 ^[15]	有限元模拟 ^[15]	误差/%	本文值	误差/%
0.5	-1 659.0	-2 040.0	18.0	-1 610.3	2.9
7.0	786.6	975.4	24.0	765.5	2.6

由图 5 看出, 桩身水平弯矩计算值与参考监测值及模拟值的变化规律基本一致, 最大弯矩均出现在距桩顶 7 m 附近。由表 1 看出, 桩顶附近弯矩误差为 2.9%, 最大弯矩误差仅为 2.6%, 说明本文计算方法及程序用于计算陡坡段桥梁基桩桩身内力是合理的。

4.2 算例 2

为验证本文方法用于计算双参数模型的合理性, 采用本文方法计算文献 [9] 中算例并与该文献进行对比。某桩长 $L = 4.65$ m, 桩宽 $B = 0.36$ m, 桩顶自由, 受水平荷载 $H = 60$ kN, 弯矩 $M = 69$ kN·m, 桩的弹性模量 $E_p = 20$ GPa, 土体弹性模量 $E_s = 9\ 233$ kPa, 土体泊松比 $\nu = 0.3$ 。

取差分长度 $h = 0.05$ m, 将全桩分为 53 个差分。由式 (19) ~ (21) 可得受荷段各差分迭代公式中的系数 a_i, b_i 与 c_i , 由式 (27) ~ (29) 可得嵌固段各差分迭代公式中系数 a_i 与 b_i , 联立连续条件 (31) 并采用 MATLAB 程序计算该桩位移, 将本文计算结果与文献计算结果比较, 如图 6 所示。

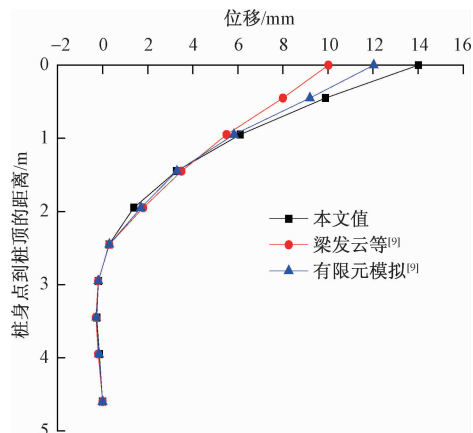


图 6 桩身计算结果比较

Fig. 6 Comparison of the calculation results of pile

由图 6 可以看出, 本文计算方法所得位移值与算例值变化规律一致, 且数值基本吻合。说明本文计算方法及程序同样适用于计算 Pasternak 双参数模型。

5 结论

(1) 本文采用有限差分法对倾斜荷载下陡坡段桥梁基桩位移及内力进行求解, 建立了陡坡段桥梁基桩计算模型。

(2) 在考虑陡坡段桥梁基桩桩侧土体剪切模量的基础上, 引入了 Pasternak 双参数地基模型计算陡坡段桥梁基桩位移及内力。相比较于传统的 Winkler 地基模型, 在理论上更符合工程实际。

(3) 根据陡坡段桥梁基桩实测资料和平地桩双参数模型算例分析, 通过与其他参考文献进行对比, 验证可得, 用有限差分数值计算方法分析倾斜荷载下陡坡段桥梁基桩位移及内力是可行的, 且该方法计算简单, 可为同类工程提供一定参考。

参考文献:

- [1] 侯运秋, 赵明华, 曹喜仁. 倾斜荷载下基桩的承载力研究[J]. 中南公路工程, 1998(1): 39-42. [HOU Y Q, ZHAO M H, CAO X R. Study on the Bearing Capacity of Inclined Loading Piles [J]. Central South Highway Engineering, 1998(1): 39-42. (in Chinese)]
- [2] 程建军, 廖小平, 王浩, 等. 滑坡推力计算方法的对比研究与应用[J]. 水文地质工程地质, 2008, 35(1): 44-48. [CHENG J J, LIAO X P, WANG H, et al. Comparative Research and Application of Landslide Thrust Calculation Methods [J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2008, 35(1):

- 44-48. (in Chinese)]
- [3] 戴自航. 抗滑桩滑坡推力和桩前滑体抗力分布规律的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(4): 517-521. [DAI Z H. Study on Distribution Laws of Landslide-Thrust and Resistance of Sliding Mass Acting on Antislade Pile [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(4): 517-521. (in Chinese)]
- [4] 杨涛, 周德培, 张俊云, 等. 抗滑桩滑坡推力分布形式的计算确定[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(3): 322-326. [YANG T, ZHOU D P, ZHANG J Y, *et al.* Distribution of Land-Slide Thrust on Anti-Slide Piles [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(3): 322-326. (in Chinese)]
- [5] ZHAO Minghua, LIU Jianhua, LIU Daiquan, *et al.* Force Analysis of Pile Foundation in Rock Slope Based on Upper-Bound Theorem of Limit [J]. Journal of Central South University of Technology, 2008(15): 404-410.
- [6] 杨明辉, 赵明华, 刘建华, 等. 高陡边坡桥梁基桩内力计算的幂级数解[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2007, 38(3): 561-566. [YANG M H, ZHAO M H, LIU J H, *et al.* Power-Progression Solution for Inner-Force Analysis of Bridge Pile in Steep Slope [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2007, 38(3): 561-566. (in Chinese)]
- [7] 张望喜, 易伟建, 陈友坤, 等. 双参数地基推力长桩的水平位移解析解[J]. 建筑科学与工程学报, 2007, 24(4): 34-38. [ZHANG W X, YI W J, CHEN Y K, *et al.* Analytical Solutions about Horizontal Displacement of Laterally Loaded Long-piles under Double-Parameter Foundation [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2007, 24(4): 34-38. (in Chinese)]
- [8] 魏东旭. 水平荷载下弹性长桩计算方法研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2009. [WEI D X. Research on the Calculation Method for Elastic Long Pile under Horizontal Load [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2009. (in Chinese)]
- [9] 梁发云, 李彦初, 黄茂松. 基于 Pasternak 双参数地基模型水平桩简化分析方法[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(增刊1): 300-304. [LIANG F Y, LI Y C, HUANG M S. Simplified Method for Laterally Loaded Piles Based on Pasternak Double-Parameter Spring Model for Foundations [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(Sup 1): 300-304. (in Chinese)]
- [10] 张载. 双参数地基模型基床系数的获取及应用[D]. 长沙: 湖南大学, 2014. [ZHANG Z. The Derivation and Application of Coefficients of Subgrade Reaction of Two Parameters Foundation [D]. Changsha: Hunan University, 2014. (in Chinese)]
- [11] 戴自航, 彭振斌. 抗滑桩全桩内力计算“m-k”法的有限差分法[J]. 岩土力学, 2002, 23(3): 321-324. [DAI Z H, PENG Z B. Finite Different Method Based on “m-k” Method for Calculation of Internal Forces of a Whole Stabilizing Pile [J]. Rock and Soil Mechanics, 2002, 23(3): 321-324. (in Chinese)]
- [12] 徐良德, 尹道成, 刘惠明. 滑体为松散介质时桩前滑体抗力分布[C]//滑坡文集(第六集). 北京: 中国铁道出版社, 1988: 84-91. [XU L D, YIN D C, LIU H M. The Distribution of Resistance of Sliding Mass Acting on Antislade Piles When the Sliding Mass Is Made of Loose Medium [C]//Landslide Corpus (episode 6). Beijing: China Railway Publishing House, 1988: 84-91. (in Chinese)]
- [13] 徐良德, 尹道成, 刘惠明. 滑体为黏性土时桩前滑体抗力的分布[C]//滑坡文集(第七集). 北京: 中国铁道出版社, 1990: 92-99. [XU L D, YIN D C, LIU H M. The Distribution of Resistance of Sliding Mass Acting on Antislade Piles When the Sliding Mass Is Made of Cohesive Soil [C]//Landslide Corpus (episode 7). Beijing: China Railway Publishing House, 1990: 92-99. (in Chinese)]
- [14] 魏东旭, 田大鹏, 张贺, 等. 双参数地基推力长桩的有限差分分解[J]. 四川建筑科学研究, 2009, 35(6): 106-109. [WEI D X, TIAN D P, ZHANG H, *et al.* Finite Difference Solutions of Laterally Loaded Long-Piles under Double-Parameter Foundation [J]. Sichuan Building Science, 2009, 35(6): 106-109. (in Chinese)]
- [15] 万涛平. 陡坡段桥梁高承台基桩受力特性与 P- Δ 效应分析[D]. 南宁: 广西大学, 2013. [WAN T P. Stress Feature and P- Δ Effect Analysis for Steep Slope Bridge High Caps Pile Foundations [D]. Nanning: Guangxi University, 2013. (in Chinese)]

责任编辑: 张明霞