

## 求解边坡临界滑动面的分布估计算法

吕秋玲, 吴剑平, 汪东林

### Locating critical sliding surface of slopes by estimation of distribution algorithm

LYU Qiuling, WU Jianping, and WANG Donglin

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.202211060>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 双重变异遗传算法及其在临界滑动面搜索中的应用

Double mutation genetic algorithm and its application to the critical slip surface search

覃伟 水文地质工程地质. 2021, 48(6): 161-170

#### 基于遗传算法-支持向量机的滑坡渗透系数反演

Estimation of hydraulic conductivity of landslides based on support vector machine method optimized with genetic algorithm

胡鹏, 文章, 胡新丽, 张玉明 水文地质工程地质. 2021, 48(4): 160-168

#### 国家天文台500米口径球面射电望远镜台址球冠型边坡稳定性分析

An analysis of the stability of the spherical-cap shaped slope at the Five-hundred-meter Aperture Spherical radio Telescope (FAST), China

陈德茂, 沈志平, 姜鹏, 付君宜, 刘慧 水文地质工程地质. 2021, 48(4): 116-123

#### 基于桩体抗剪强度的复合地基路堤稳定性分析方法

Stability analysis method for the composite foundation embankment based on pile shear strength

钟昌茂, 邱恩喜, 魏永幸, 王智猛, 刘菀茹, 万旭升, 李康乐 水文地质工程地质. 2020, 47(5): 100-107

#### 基于Green-Ampt模型的多层结构边坡降雨入渗改进计算方法及稳定性影响研究

Rainfall infiltration process of multi-layer slope based on improved Green-Ampt model stability analysis

宋宜祥, 尹子航, 黄达 水文地质工程地质. 2022, 49(6): 162-170

#### 不同加固技术在散粒体斜坡表层的应用对比研究

Research on the effect of different reinforcement methods on the surface of a granular slope

杨晴雯, 裴向军, 吴梦秋, 常志璐 水文地质工程地质. 2019, 46(1): 139-139



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

DOI: 10.16030/j.cnki.issn.1000-3665.202211060

吕秋玲, 吴剑平, 汪东林. 求解边坡临界滑动面的分布估计算法 [J]. 水文地质工程地质, 2024, 51(3): 149-157.

LYU Qiuling, WU Jianping, WANG Donglin. Locating critical sliding surface of slopes by estimation of distribution algorithm[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2024, 51(3): 149-157.

## 求解边坡临界滑动面的分布估计算法

吕秋玲, 吴剑平, 汪东林

(安徽建筑大学土木工程学院, 安徽 合肥 230601)

**摘要:** 在求解边坡临界滑动面问题的优化算法中, 大多都存在结构复杂、参数取值困难或寻优效果差的缺点。为此, 将基于高斯分布模型的分布估计算法与基于简化 Bishop 法的滑面安全系数计算模型相结合, 建立具有简单生物协同和竞争思想的临界滑动面搜索新方法; 然后, 针对 3 自由度问题, 设计了一种局部搜索方法, 以弥补分布估计算法局部搜索性能差的劣势。将标准方法和改进方法分别应用于边坡断面复杂度依次递增的 3 道算例中, 完成对标准方法正交试验结果的极差分析和多因素方差分析, 并实现标准算法与改进算法计算结果的对比分析。结果表明: (1) 标准分布估计算法可以计算出边坡的临界滑动面; (2) 当算例简单时, 各控制因素都不会对计算结果产生显著性差异; 当算例复杂时, 只有种群规模呈现出显著性; (3) 改进算法比标准算法的计算结果更佳、搜索速度更快, 且有效降低了种群规模大小对计算结果的影响。探索分布估计算法在边坡临界滑动面搜索问题中的应用, 为解决该类问题开辟出了一条新的研究途径。初步校验表明, 该模型鲁棒性更好, 具有广阔的应用前景。

**关键词:** 边坡; 临界滑动面; 简化 Bishop 法; 分布估计算法; 局部搜索; 正交试验

中图分类号: TU43

文献标志码: A

文章编号: 1000-3665(2024)03-0149-09

## Locating critical sliding surface of slopes by estimation of distribution algorithm

LYU Qiuling, WU Jianping, WANG Donglin

(School of Civil Engineering, Anhui Jianzhu University, Hefei, Anhui 230601, China)

**Abstract:** Most of the optimization algorithms to solve the slope critical sliding surface have the disadvantages of complex structure, difficult to determine the parameter value, and poor optimization effect. This study introduced the estimation of the distribution algorithm based on the Gaussian distribution model, and combined with the sliding surface calculation and analysis model using the simplified Bishop method, to establish a new critical sliding surface search method with simple biological collaboration and competition ideas; secondly, a local search method for the 3-degrees of freedom was designed to compensate for the poor local search performance of the estimation of distribution algorithm. The standard and improvement methods were applied to the three calculation examples of increasing slope section complexity, respectively. The orthogonal experimental results from the standard method were validated by range analysis and multivariate analysis of variance, and the comparative analysis of the calculation of the standard algorithm and the improved algorithm was conducted. The results show

收稿日期: 2022-11-21; 修订日期: 2023-05-23

投稿网址: [www.swdzcgdz.com](http://www.swdzcgdz.com)

基金项目: 国家自然科学基金项目(51904006); 安徽省住房城乡建设科学技术计划项目(2022-YF165; 2023-YF025)

第一作者: 吕秋玲(1980—), 女, 硕士, 实验师, 从事土工实验、土木工程计算理论与应用等工作研究。E-mail: [22338190@qq.com](mailto:22338190@qq.com)

通讯作者: 吴剑平(1997—), 男, 硕士研究生, 从事地下结构计算理论与应用。E-mail: [2761755893@qq.com](mailto:2761755893@qq.com)

that the standard estimation of distribution algorithm can be used to calculate the critical sliding surface of slopes. When the calculated case is simple, the control factors have limited influence on the calculated results; when it is complex, the population size has a significant influence. Compared to the standard algorithm, the improvement algorithm has better calculation and faster speed, and can effectively reduce the impact of the population size on the calculation. The preliminary verification shows that the model is more robust and has a broad application prospect. This study provides a new insight to explore the application of the distribution estimation algorithm in the slope critical sliding surface.

**Keywords:** slope; critical sliding surface; simplified Bishop method; estimation of distribution algorithm; local search; orthogonal experimental

一直以来,边坡的稳定性分析和加固设计都是岩土工程领域的重要研究课题,且都涉及一个关键性问题——临界滑动面的确定。自 20 世纪 80 年代起,许多学者致力于临界滑动面搜索的研究,提出并改进了各种技术方法,大致可归纳为 5 类:变分法<sup>[1]</sup>、固定模式搜索法<sup>[2]</sup>、数学规划法<sup>[3]</sup>、随机搜索法<sup>[4-5]</sup>和智能优化算法<sup>[6-12]</sup>。

随着计算机技术的发展,已具备成熟理论基础的智能优化算法逐步显露潜在的实用价值,其中以遗传算法<sup>[6-7]</sup>、蚁群算法<sup>[8-9]</sup>和粒子群算法<sup>[10-11]</sup>等最具代表性,并被广泛应用于求解边坡临界滑动面的搜索问题当中。然而,面对具有非线性、高维度和多峰值等特征的复杂安全系数函数,传统智能优化算法仍有局部搜索能力差和易陷入局部收敛的缺陷;此外,算法本身的参数取值问题和复杂的计算结构都可能影响到求解效果,并阻碍其应用前景。

在经典的基于仿生原理的进化算法<sup>[13]</sup>中,遗传算法通过对遗传信息的选择、交叉和变异,模拟出物种优胜劣汰的生存法则;蚁群算法的蚂蚁依据信息素的分泌来交流觅食信息,逐步指导后续蚂蚁获取最优路径;粒子群算法以优秀个体向次优秀个体学习的方式,实现种群间信息的单向传递,个体进行自我认知和社会认知,完成物种的迭代进化。由上述算法理论可知,它们不同计算结构的背后其实都是为了实现对关键信息的获取和传递,是一种微观概念上的生物功能建模。那么,能否从宏观层面上把控种群信息的分布规律,建立起更加可靠的引导优秀子代产生的信息来源,以达到高效全局寻优的目的?分布估计算法就是基于这种假设,摒弃传统智能优化算法复杂的生物行为(如遗传算法的交叉、变异操作),取而代之的是估计种群信息分布的数学模型,既保证了算法的全局搜索能力,又避免了模拟生物功能运行所需的复杂结构和众多参数。

通过 MatlabR2016a 软件将分布估计算法与边坡的安全系数函数结合,完成对 3 个算例正交试验结果的多层统计分析,逐步确定各控制因子对计算结果的影响规律和显著性差异关系,并对其中发现的局部搜索问题引入局部搜索策略,准确有效地实现对分布估计算法的完善性改进。

## 1 建立临界滑动面优化模型

### 1.1 简化 Bishop 法

极限平衡法<sup>[14]</sup>具有理论简单、物理意义明确等优点,在工程应用中占有主导地位。其中,简化 Bishop 法作为最经典的圆弧滑动面安全系数计算方法,虽然忽略了条间剪力和水平方向力的平衡,但是仍然能够计算出可靠精确的结果,是广泛应用于科研工作 and 工程实践中的一种“严格”条分法<sup>[15]</sup>。因此,本文采用简化 Bishop 法计算边坡稳定性,将安全系数当做个体适应度,并赋予其值越小适应度越大的内在含义。安全系数( $F_s$ )计算式如下:

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^N [W_i \tan \phi_i + c_i b_i] / m_{ai}}{\sum_{i=1}^N W_i \sin \alpha_i} \quad (1)$$

$$m_{ai} = \cos \alpha_i + \frac{\sin \alpha_i \tan \phi_i}{F_s} \quad (2)$$

式中:  $W_i$ ——第  $i$  条块的土体重力/( $\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$ );

$\phi_i$ ——第  $i$  条块的土体内摩擦角/( $^\circ$ );

$c_i$ ——第  $i$  条块的土体黏聚力/kPa;

$b_i$ ——第  $i$  条块宽度/m;

$\alpha_i$ ——第  $i$  条块条底倾角/( $^\circ$ );

$N$ ——条分个数。

### 1.2 设计变量

变量的选择关乎程序实现的难易,传统的以圆心

横纵坐标和半径作为变量的设计存在诸多问题。首先, 变量的取值范围不易确定, 若取值范围过小可能会遗漏最优解, 取值范围过大必定会产生大量的不符合要求的圆弧, 主要可划分成四类: ①圆弧不与坡体相交; ②与坡体相交的圆弧曲线存在一个横坐标对应两个纵坐标值的情况; ③滑动面方程与坡面方程的交点超过 2 个, 即文献 [6] 中提到的“破弧”; ④圆弧深入到了硬土层或基岩中。其次, 当坡面复杂无规则时<sup>[4]</sup>, 难以准确计算出坡面与圆弧的交点。鉴于上述缺点, 将滑面与坡面左右两个交点的横坐标  $X_s$  和  $X_e$  以及圆心的纵坐标  $Y_o$  作为设计变量。

### 1.3 重新定义“破弧”及采取应对措施

上述变量的设计未能完全杜绝缺点③和④的发生, 为了方便解决, 本文将将其统称为“破弧”问题, 并重新定义: 任一滑动面与坡面应有且只有两个交点, 且不得穿过硬土层或基岩, 除此之外皆称之为“破弧”。

#### 1.3.1 判断“破弧”

参考文献 [6] 所述的“破弧”应对思路, 结合新的变量设计和“破弧”定义, 给出具体判断“破弧”的方法, 其 Matlab 程序  $criteria(X_s, X_e, Y_o)$  的伪代码如下:

输入: 某一圆弧携带的变量值  $X_s, X_e, Y_o$ 。

输出: “1”或“0”。

Step1: 在  $(X_s, X_e)$  内, 按步长 0.001, 从左至右依次取值, 并存储在行矩阵  $\mathbf{X}$  中。

Step2: 根据坡面方程  $y_1(x)$  和硬土层面方程  $y_2(x)$ , 计算  $y_1(\mathbf{X})$  和  $y_2(\mathbf{X})$ 。

Step3: 参照文献 [5] 获取圆弧方程  $r(x)$ , 并计算  $r(\mathbf{X})$ 。

Step4: 如果  $\min(y_1(\mathbf{X}) - r(\mathbf{X})) > 0$ , 且  $\min(r(\mathbf{X}) - y_2(\mathbf{X})) > 0$ , 则判断此圆弧不是“破弧”, 输出“1”, 反之输出“0”。

#### 1.3.2 排除“破弧”

在遗传算法中, 常采用简单的“罚函数”思想<sup>[6-7]</sup>来排除“破弧”, 即直接赋予“破弧”极大的安全系数值。这种设计非常适合遗传算法, 因为它利用了遗传算法“优胜劣汰”的仿生原理, 达到排除“破弧”目的的同时, 极大的避免了“破弧”所携带的“劣等”遗传信息影响到其他个体。然而, 分布估计算法虽然也继承了其简单的竞争思想, 但是却无法杜绝“劣等”遗传信息参与优化过程, 以致于影响到概率分布模型的建立。对于分布估计算法而言, 这个方法是一种不严格的排除法, 因而不予采用。

为了完全排除“破弧”对计算结果的影响, 则必须要在本次更新概率分布模型之前排除“破弧”, 即在上次概率分布模型建立之后, 应立即将随机生成的新滑

弧替代其中的“破弧”, 如若新滑弧仍是“破弧”, 则再次随机生成滑弧, 直至满足要求为止。具体程序代码如下:

```
function [X_s, X_e, Y_o] = newCir(X_s, X_e, Y_o)
result = criteria(X_s, X_e, Y_o);
if result == "0"
X_s = X_s_min + rand * (X_s_max - X_s_min);
X_e = X_e_min + rand * (X_e_max - X_e_min);
Y_o = Y_o_min + rand * (Y_o_max - Y_o_min);
[X_s, X_e, Y_o] = newCir(X_s, X_e, Y_o);
end
end
```

注: 下标 min 和 max 分别代表变量的取值下限和上限。

### 1.4 优化模型

综上所述, 建立边坡临界滑动面搜索的优化模型:

$$\min_{Z \in \Omega} F_s(\mathbf{Z}), \quad \Omega = \left\{ \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} X_s \\ X_e \\ Y_o \end{bmatrix} \middle| \begin{array}{l} g(\mathbf{Z}) = X_e - X_s > 0 \\ \mathbf{Z} = \text{newCir}(\mathbf{Z}) \end{array} \right. \quad (3)$$

## 2 分布估计算法

分布估计算法是在 1996 年首次被提出<sup>[16-17]</sup>的一种基于变量概率分布的新型启发式随机搜索算法。它采用统计学习的方法更新表征概率分布模型的重要参数, 并与简单的进化计算理论相结合, 实现多次的学习和抽样操作, 使决策变量的样本值分布不断接近实际情况, 最终完成全局寻优的任务。

### 2.1 概率分布模型

高斯分布又称正态分布, 它可以从宏观上用简明扼要的数学语言描述样本的主要特征, 也能够预测可能的数据趋势, 是数理统计与概率论中一种极为常见和重要的概率分布形式。计算式如下:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad -\infty < x < +\infty \quad (4)$$

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (5)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} \quad (6)$$

式中:  $x_i$  —— 随机变量  $X$  的样本值, 其中  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ 。

### 2.2 学习和抽样操作

学习和采样操作是分布估计算法中的关键步骤,

能够在宏观层面上引导更加优秀的子代种群产生。采用线性学习的方式来更新第  $t$  次迭代后的高斯概率模型  $X \sim N(\mu_t, \sigma_t)$ , 其参数计算公式如下:

$$\mu_t = (1 - \alpha)\mu_{t-1}^n + \alpha\mu_{t-1}^m \quad (7)$$

$$\sigma_t = \beta\sigma_{t-1}^n + (1 - \beta)\sigma_{t-1}^m \quad (8)$$

式中:  $\alpha$ ——学习因子, 能够引导种群的进化,  $\alpha \in [0, 1]$ ;

$\beta$ ——变异因子, 与种群多样性有关,  $\beta \in [0, 1]$ ;

$n$ ——随机变量  $X$  的样本总数;

$m$ ——样本总数  $n$  中的精英个体数。

采用蒙特卡洛法<sup>[18]</sup>进行随机抽样, 然后用新的样本值取代对应的旧的样本值, 其他个体保持不变。这样既可以使种群中的所有个体都向着整体极值点靠拢, 又保证了已有的优秀的解不会被破坏。公式表达如下所示:

$$r = \sqrt{-2\ln r_1} \sin(2\pi r_2) \quad (9)$$

$$x_i = \mu_t + \sigma_t \times r, i \in (m, n] \quad (10)$$

式中:  $r_1, r_2$ ——0 到 1 之间均匀分布的伪随机数。

### 2.3 程序运行步骤设计

通过 MatlabR2016a 将分布估计算法应用于边坡圆弧临界滑动面搜索问题中, 下面进行是具体步骤的讲解。

Step1: 初始化参数  $N, n, m, \alpha, \beta$  和最大迭代次数  $t_{\max}$ 。

Step2: 按式(11)初始化随机变量  $X_s, X_c$  和  $Y_0$  样本值, 并进行“破弧”判断和解决。

$$x_i = x_{\min} + rand \times (x_{\max} - x_{\min}) \quad (11)$$

式中:  $x_{\min}$ ——某一变量样本取值的下限;

$x_{\max}$ ——某一变量样本取值的上限;

$rand$ ——生成 0 至 1 之间伪随机数的函数。

Step3: 进入迭代循环。

(1)按式(1)计算适应度值, 并按适应度值升序对各样本值进行排列。

(2)假设所有随机变量的样本值都遵循高斯分布, 所以可按式(7)和式(8)更新分布模型。

(3)按式(9)和式(10)对随机变量  $X_s, X_c$  和  $Y_0$  分别进行采样, 并在考虑“破弧”问题后重新计算适应度值和进行排序。

(4)判断是否达到最大迭代次数, 若达到, 则终止循环, 反之程序继续运行。

Step4: 输出最优解和迭代图。

### 3 局部搜索设计

分布估计算法能够实现全局采样, 因此具有较强的全局搜索能力, 但局部寻优效率低下, 不利于探寻出更加优秀的解。为达到全局寻优和局部趋化能力之间的平衡, 针对具体问题, 设计一种局部搜索方法。

局部搜索思路: 假设空间直角坐标系  $xyz$  中存在一个点  $i$ , 其坐标为  $(x_i, y_i, z_i)$ , 这个点在空间中随机移动, 移动方向向量记为  $\lambda$ , 移动步长记为  $l$ , 公式表达如下:

$$\lambda = \frac{(x_i^{\text{old}} - x_r, y_i^{\text{old}} - y_r, z_i^{\text{old}} - z_r)}{\| (x_i^{\text{old}} - x_r, y_i^{\text{old}} - y_r, z_i^{\text{old}} - z_r) \|} \quad (12)$$

$$\begin{cases} x_i^{\text{new}} = x_i^{\text{old}} + l \times \lambda(1, 1) \\ y_i^{\text{new}} = y_i^{\text{old}} + l \times \lambda(1, 2) \\ z_i^{\text{new}} = z_i^{\text{old}} + l \times \lambda(1, 3) \end{cases} \quad (13)$$

式中: old、new——点  $i$  随机移动前和移动后;

$r$ ——任意取值;

$l = rand \times round(1 + rand)$ ,  $round$  为 Matlab 软件中的取整函数。

局部搜索的伪代码如下:

times = 0;

while (times < Num) 注: Num 为最大搜索次数。

times++;

if ( $F_s(x_i^{\text{new}}, y_i^{\text{new}}, z_i^{\text{new}}) < F_s(x_i^{\text{old}}, y_i^{\text{old}}, z_i^{\text{old}})$ )

则令  $x_i = x_i^{\text{new}}; y_i = y_i^{\text{new}}; z_i = z_i^{\text{new}};$

然后继续沿当前方向执行式(13);

再次计算适应度;

else

times = Num;

end

end

联合分布估计算法与局部搜索策略流程图, 见图 1。

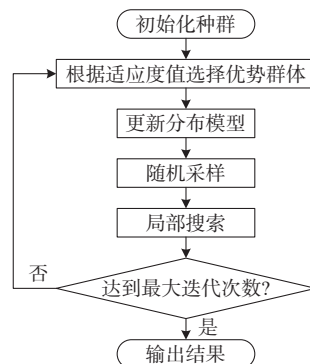


图 1 改进分布估计算法的流程图

Fig. 1 Flow chart of the improved estimation of distribution algorithm

## 4 算例分析

以前人可靠的研究成果作为评判标准, 引用澳大利亚计算机应用协会(ACADS)设计的两道经典算例和某道海堤边坡工程实例来验证标准算法的可行性、影响因素的显著性和改进算法相比标准算法的优越性; 设置足够的滑面条分数目( $N=100$ )和程序迭代次数( $t_{\max}=1\ 000$ ), 保证计算结果的精确性和可比性; 将边坡剖面放置在新设置的坐标系中, 程序用相对于原点(0,0)的绝对坐标来设置搜索范围、捕捉条块信息和输出搜索结果。

### 4.1 算例题及前人研究结果

算例一为 ACADS 设计的经典考核题 1(a)<sup>[19]</sup>, 为均质边坡, 边坡断面及土层材料物理力学参数见图 2。ACADS 推荐的裁判答案为 1.00; 在相同坐标系下, 文献 [7] 搜索出的最优临界滑面的安全系数和位置(为了方面比较, 其后续都处理为本文变量的表达形式)分别为 0.985 2 和  $X_s=-0.020\ 9\ \text{m}$ 、 $X_c=21.330\ 8\ \text{m}$ 、 $Y_c=28.824\ \text{m}$ 。取搜索范围  $X_s=-10\sim 3\ \text{m}$ 、 $X_c=18\sim 40\ \text{m}$ 、 $Y_c=10\sim 50\ \text{m}$ 。

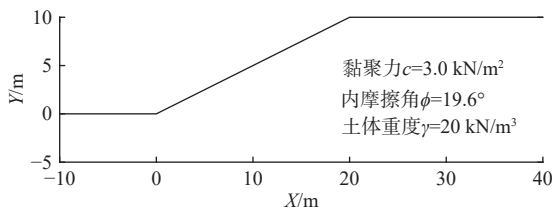


图 2 算例 1 (a) 断面及材料信息

Fig. 2 Cross-section and material information of case 1 (a)

算例二为 ACADS 设计的经典考核题 1(c)<sup>[19]</sup>, 其为非均质边坡, 边坡剖面和各土层材料土力学参数见图 3。ACADS 推荐的裁判答案为 1.39; 文献 [6] 和文献 [7] 的搜索结果分别为  $X_s=-0.970\ 5\ \text{m}$ 、 $X_c=21.035\ 5\ \text{m}$ 、 $Y_c=18.332\ \text{m}$ 、 $F_s=1.399$ ;  $X_s=-0.216\ 5\ \text{m}$ 、 $X_c=20.961\ 8\ \text{m}$ 、 $Y_c=18.921\ \text{m}$ 、 $F_s=1.396\ 1$ 。取搜索范围  $X_s=-10\sim 3\ \text{m}$ 、 $X_c=18\sim 40\ \text{m}$ 、 $Y_c=10\sim 50\ \text{m}$ 。

算例三是具有多个水平夹层的多级海堤边坡工程实例, 其剖面及物理力学参数见图 4。采用 Geo-Studio 岩土数值分析软件对该问题进行数值模拟, 为本文方法的正确性提供佐证, 其得答案为  $X_s=-2.18\ \text{m}$ 、 $X_c=20.76\ \text{m}$ 、 $Y_c=11.83\ \text{m}$ 、 $F_s=1.755\ 6$ 。设置搜索范围:  $X_s=-6\sim 9\ \text{m}$ 、 $X_c=10\sim 33\ \text{m}$ 、 $Y_c=6\sim 30\ \text{m}$ 。

### 4.2 正交试验

标准分布估计算法含有主要控制因子有种群规

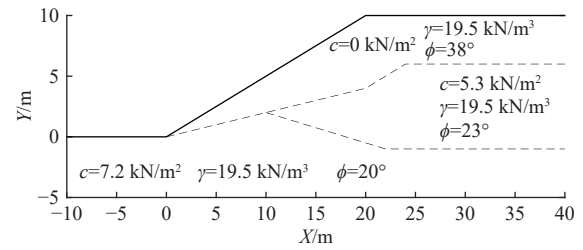


图 3 算例 1 (c) 断面及材料信息

Fig. 3 Cross-section and material information of case 1 (c)

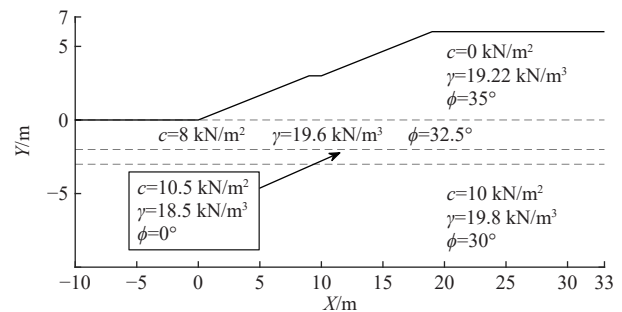


图 4 海堤边坡断面及材料信息

Fig. 4 Seawall slope section and material information

模  $n$ 、精英比例  $m/n$ 、学习因子  $\alpha$  和变异因子  $\beta$ , 为分析它们对计算结果的影响程度, 本文对 4.1 节所述算例实施正交试验, 以完成极差分析和多因素方差分析。此次正交试验采用 4 因素 4 水平标准正交表  $L_{16}(4^4)$ , 每个因子的各水平取值依次设置为: (60, 120, 240, 480)、(1/2, 1/3, 1/4, 1/5)、(0.6, 0.7, 0.8, 0.9)、(0.1, 0.2, 0.3, 0.4)。各算例的正交试验结果统计于表 1。

#### 4.2.1 标准算法的可行性验证

表 2 为各算例正交试验结果的统计分析。显然, 无论是从临界滑面的位置看, 还是从安全系数值的大小考虑, 标准分布估计算法对各算例的运算结果都与 4.1 节所述的评价标准基本一致, 甚至更好, 说明在面对不同复杂程度的圆弧临界滑动面搜索问题, 标准分布估计算法都是可靠有效的。此外, 可以初步认识到分布估计算法对于参数取值的要求极为宽泛, 相比其他智能优化算法, 这是一个非常突出的优点。

#### 4.2.2 极差分析

表 2 统计结果显示, 虽然分布估计算法成功运行对控制参数取值的要求很低, 但是在面对复杂度较高的海堤边坡时, 其 16 次实验结果的标准差远高于较简单的算例一和算例二, 因此为了实现更加稳定的搜索程序, 有必要进一步探索分布估计算法对多种控制参数的相对敏感程度。为此, 实施了对正交试验结果的极差分析, 并将分析后的结果以折线图的形式直

表 1 正交试验结果

Table 1 Orthogonal experimental results

试验号	控制因子				安全系数		
	$n$	$m/n$	$\alpha$	$\beta$	算例一	算例二	算例三
1	60	1/2	0.6	0.1	0.985 3	1.395 7	1.755 6
2	60	1/3	0.7	0.2	0.985 3	1.395 5	1.756 6
3	60	1/4	0.8	0.3	0.985 5	1.395 5	1.757 2
4	60	1/5	0.9	0.4	0.985 3	1.396 0	1.758 9
5	120	1/2	0.7	0.3	0.985 4	1.395 9	1.757 2
6	120	1/3	0.6	0.4	0.985 5	1.395 6	1.756 6
7	120	1/4	0.9	0.1	0.985 3	1.395 5	1.755 6
8	120	1/5	0.8	0.2	0.985 5	1.395 7	1.756 4
9	240	1/2	0.8	0.4	0.985 3	1.395 6	1.756 8
10	240	1/3	0.9	0.3	0.985 4	1.395 7	1.756 1
11	240	1/4	0.6	0.2	0.985 3	1.395 7	1.755 9
12	240	1/5	0.7	0.1	0.985 3	1.395 5	1.755 8
13	480	1/2	0.9	0.2	0.985 3	1.395 3	1.756 1
14	480	1/3	0.8	0.1	0.985 3	1.395 4	1.755 1
15	480	1/4	0.7	0.4	0.985 3	1.395 6	1.755 9
16	480	1/5	0.6	0.3	0.985 3	1.395 5	1.756 2

表 2 各算例临界滑面统计

Table 2 Critical slip surfaces for each calculated case

算例	分类	$F_s$	$X_1/m$	$X_2/m$	$Y_0/m$
算例一	$\max F_s$	0.985 5	-0.000 4	21.314 4	28.119 2
	$\min F_s$	0.985 3	0.000 3	21.265 4	28.506 8
	均值	0.985 4	0.001 0	21.298 2	28.585 5
	标准差	8.165 0e-05	0.007 5	0.031 0	0.269 1
算例二	$\max F_s$	1.396 0	-0.025 2	20.961 3	17.855 1
	$\min F_s$	1.395 3	-0.002 7	21.037 3	17.655 7
	均值	1.395 6	-0.036 0	21.040 7	17.718 0
	标准差	1.769 0e-04	0.022 3	0.048 8	0.145 5
算例三	$\max F_s$	1.758 9	-2.305 7	20.740 1	12.127 4
	$\min F_s$	1.755 1	-1.948 0	20.273 1	11.805 2
	均值	1.756 4	-2.108 2	20.418 2	11.847 2
	标准差	0.000 8	0.281 3	0.242 5	0.371 4

观的记录在图 5 和图 6 中。首先,分析图 5 内容可知,随着水平序号的提升,不同算例的种群规模和变异因子分别在总体上都呈现出下降趋势和上升趋势,而精英比例和学习因子则都处于小范围的波动状态,可以说明当采用分布估计算法确定某边坡的临界滑面时,应优先选择较大的种群规模和较小的变异因子,显然出现这种情况的主要原因与局部搜索能力差的遗传算法一样:因为增大种群规模和缩小变异因子都有助于增强算法的局部搜索能力;其次,由图 6 可知,在不同复杂程度的边坡中,种群规模对计算结果的敏感度都是最大的,其次是变异因子、最后是精英比例或学习因子。

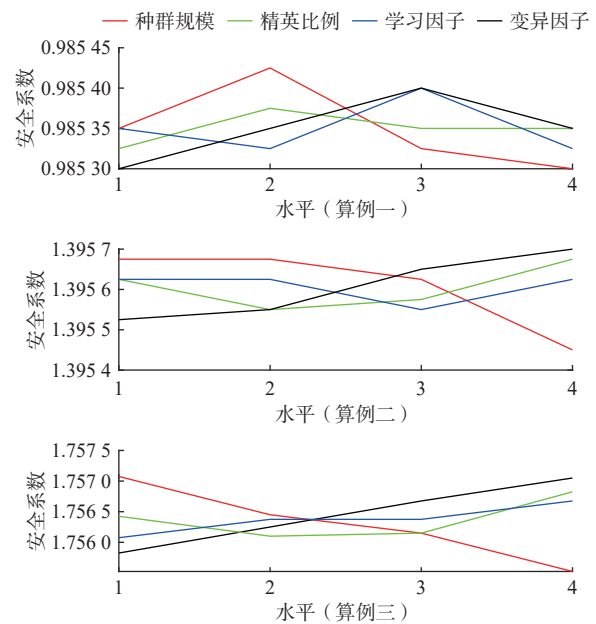


图 5 因子各水平均值图

Fig. 5 Mean values of each level for each factor

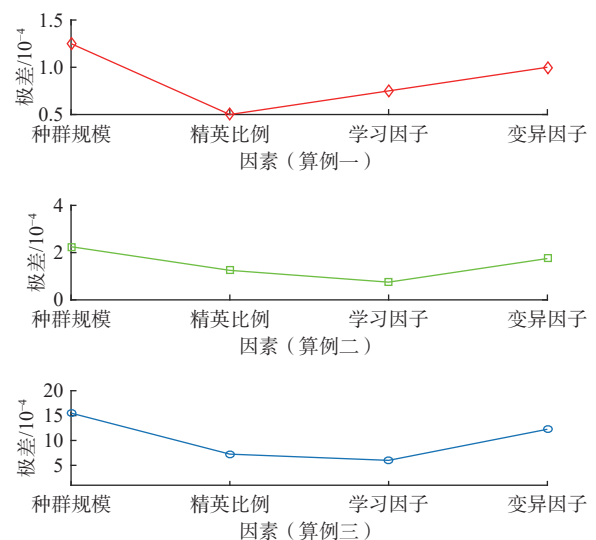


图 6 各因子的极差分析结果

Fig. 6 Range analysis results of each factor

### 4.2.3 多因素方差分析

前述极差分析未能解决影响因子的显著性问题,因此对正交试验结果进行多因素方差分析,分析结果记录于表 3。结果显示,3 道算例的因子显著性排序与图 6 展示的敏感性排序是一致的,再次印证了局部搜索对算法精确求解的重要性;另外,当算例较简单时,各因子均不会对实验数据产生显著性差异关系( $p>0.05$ ),而当边坡土层结构复杂时,有且只有种群规模会对计算结果产生显著性差异关系( $p<0.05$ )。

表 3 多因素方差分析结果  
Table 3 Results of multivariate analysis of variance

算例	因子	平方和	df	均方	F	p	显著性排序
算例一	种群规模	$3.50 \times 10^{-8}$	3	$1.17 \times 10^{-8}$	1.400 0	0.394 4	1
	精英比例	$5.00 \times 10^{-9}$	3	$1.70 \times 10^{-9}$	0.200 0	0.890 4	4
	学习因子	$1.50 \times 10^{-8}$	3	$5.00 \times 10^{-9}$	0.600 0	0.657 5	3
	变异因子	$2.00 \times 10^{-8}$	3	$6.70 \times 10^{-9}$	0.800 0	0.570 6	2
	残差	$2.50 \times 10^{-8}$	3	$8.30 \times 10^{-9}$			
算例二	种群规模	$1.37 \times 10^{-7}$	3	$4.56 \times 10^{-8}$	0.695 2	0.613 8	1
	精英比例	$3.69 \times 10^{-8}$	3	$1.23 \times 10^{-8}$	0.187 3	0.898 8	3
	学习因子	$1.69 \times 10^{-8}$	3	$5.60 \times 10^{-9}$	0.085 7	0.963 2	4
	变异因子	$8.19 \times 10^{-8}$	3	$2.73 \times 10^{-8}$	0.415 9	0.755 0	2
	残差	$1.97 \times 10^{-7}$	3	$6.56 \times 10^{-8}$			
算例三	种群规模	$1.06 \times 10^{-5}$	3	$3.53 \times 10^{-6}$	8.572 3	0.037 9	1
	精英比例	$1.33 \times 10^{-6}$	3	$4.42 \times 10^{-7}$	1.072 9	0.477 6	3
	学习因子	$7.20 \times 10^{-7}$	3	$2.40 \times 10^{-7}$	0.583 0	0.665 7	4
	变异因子	$5.14 \times 10^{-6}$	3	$1.71 \times 10^{-6}$	4.158 0	0.136 1	2
	残差	$1.24 \times 10^{-6}$	3	$4.12 \times 10^{-7}$			

4.3 改进算法的优越性验证

通过 4.2 节的正交试验可知, 对于分布估计算法, 种群规模相对其他因子而言最具重要性, 因此本节着重研究改进算法给种群规模带来的改变。以算例三为研究对象, 取种群规模  $n$  依次为 9, 18, 36, 72, 并根据图 5 取其他因子的最优值, 即精英比例  $m/n=1/3$ , 学习因子  $\alpha=0.7$ , 变异因子  $\beta=0.1$ 。分别应用标准算法和改进算法求解算例三, 得搜索结果统计表 4 和迭代过程对比图 7(为了方便观察, 只展示安全系数在 1.85 之下的迭代结果)。

表 4 临界滑面的统计表

Table 4 Statistical values of the critical slip surface

计算方法	$n$	$X_c/m$	$X_b/m$	$Y_c/m$	$F_s$
标准分布估计算法	9	-2.614 1	20.169 8	12.037 5	1.759 9
	18	-2.541 3	20.657 4	12.461 4	1.759 7
	36	-2.133 8	20.614 9	12.001 3	1.756 6
	72	-2.162 4	20.450 5	11.863 8	1.755 7
改进分布估计算法	9	-2.198 2	20.406 6	11.805 4	1.754 7
	18	-2.243 2	20.368 3	11.832 2	1.754 8
	36	-2.138 1	20.510 6	11.799 7	1.755 0
	72	-2.264 2	20.289 6	11.804 1	1.754 6

由表 4 可知, 标准算法采用小种群( $n=9, 18$ )应对复杂算例三时, 获得的临界滑面位置与评价判据差异较大, 而改进算法却可以在相同条件下, 计算出位置可靠且安全系数更小的临界滑面, 说明改进后的分布估计算法在局部搜索能力上取得了巨大提升, 同时也从侧面证明了本文局部搜索设计的有效性; 当继续增大种群规模时( $n=36, 72$ ), 标准算法计算出了安全系

数更小的结果, 表明其搜索能力受种群规模的影响在逐步增强, 而改进算法所得结果却基本维持不变, 说明本文的局部搜索策略极大的降低了种群规模对分布估计算法求解能力的影响。

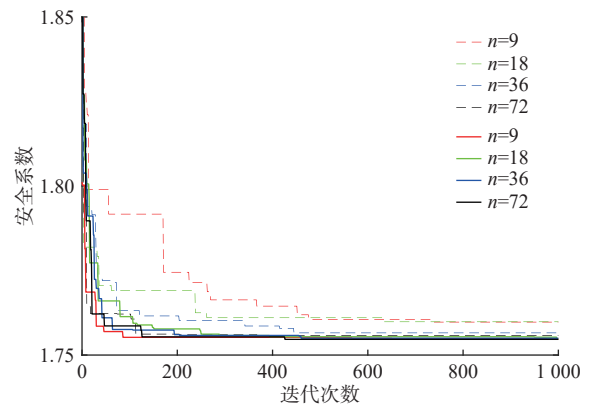


图 7 迭代曲线对比图

Fig. 7 Comparison of iterative curves

图 7 中的迭代曲线与表 4 结果是一一对应的, 虚线和实线分别代表标准算法和改进算法的运算结果。图 7 显示, 在种群进化的第 100 代以内, 每条实线都早已到达了一个代表极好搜索结果的位置( $F_s < 1.7560$ ), 而相应进化代数的虚线值却还在 1.7560 之上甚至相差更大, 表明改进算法的搜索效率得到了很大的提高, 即其能够通过搜索更少的滑面、花费更少的时间来获取更加优秀的解(以  $n=9$  为例, 改进算法在第 90 代第一次计算出安全系数为 1.7547 的临界滑面, 在不考虑初始种群和已被排除的“破弧”的情况下, 至此共搜索滑面总数为 810 个, 而标准算法搜索滑面数高达



9 000 个却未能搜索到一个令人满意的结果)。

## 5 结论

(1)通过联系决策变量和分布估计算法的特点,扩展了“破弧”的定义范围并设计相应的处理方案,成功避免更多无意义滑面的产生,增强了优化模型的执行效率。

(2)相比其他经典的优化算法,标准分布估计算法结构简单、易于编程,且面对不同复杂程度的边坡环境,都能够计算出令人满意的结果,展现了其强大的全局寻优能力。

(3)通过正交试验分析法逐步揭示标准算法主要控制参数在取值问题方面的宽泛性,并精准把握种群规模因子对计算结果的影响力,从而引入改进策略,建立起更快、更稳定、更精确的程序运算,为边坡临界滑动面搜索提供新的研究方向。

文章仅针对 3 道经典算例,阐述了分布估计算法在边坡稳定性分析中的应用。目前此研究尚处于初级阶段,其求解边坡非圆弧滑动面和实现对实际工程的理论实践仍需进一步探讨。

## 参考文献 (References) :

- [ 1 ] 陈建功,李会,贺自勇.基于变分法的均质土坡稳定性分析[J].岩土力学,2019,40(8):2931-2937. [ CHEN Jianguo, LI Hui, HE Ziyong. Homogeneous soil slope stability analysis based on variational method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(8): 2931 - 2937. (in Chinese with English abstract) ]
- [ 2 ] 唐超宏,莫海鸿,刘少跃.模式搜索法在边坡稳定性分析中的应用[J].华南理工大学学报(自然科学版),2000,28(2):42-46. [ TANG Chaohong, MO Haihong, LIU Shaoyue. The application of the pattern search method for slope stability analysis[J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science), 2000, 28(2): 42 - 46. (in Chinese with English abstract) ]
- [ 3 ] 黄玮,徐卫亚,陈鸿杰,等.基于改进动态规划算法的堆积体边坡稳定性分析[J].地下空间与工程学报,2014,10(3):727-732. [ HUANG Wei, XU Weiya, CHEN Hongjie, et al. Analysis on accumulation slope stability using improved dynamic programming algorithm[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2014, 10(3): 727 - 732. (in Chinese with English abstract) ]
- [ 4 ] 陈云敏,李育超,凌道盛.蒙特卡洛法与有限元结合搜索边坡临界滑动面[J].岩土力学,2004,25(增刊2):75-80. [ CHEN Yunmin, LI Yuchao, LING Daosheng. Locating critical slip surfaces by a method combining Monte Carlo technique and FEM[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(Sup 2): 75 - 80. (in Chinese with English abstract) ]
- [ 5 ] 邹广电.边坡稳定分析条分法的一个全局优化算法[J].岩土工程学报,2002,24(3):309-312. [ ZOU Guangdian. A global optimization method of the slice method for slope stability analysis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(3): 309 - 312. (in Chinese with English abstract) ]
- [ 6 ] 吕文杰,李晓军,朱合华.基于遗传算法的边坡稳定分析通用算法[J].岩土工程学报,2005,27(5):595-599. [ LYU Wenjie, LI Xiaojun, ZHU Hehua. GA-based generalized slope stability analysis method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 27(5): 595 - 599. (in Chinese) ]
- [ 7 ] 覃伟.双重变异遗传算法及其在临界滑动面搜索中的应用[J].水文地质工程地质,2021,48(6):161-170. [ QIN Wei. Double mutation genetic algorithm and its application to the critical slip surface search[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2021, 48(6): 161 - 170. (in Chinese with English abstract) ]
- [ 8 ] 张朝贤,侯明勋,孙红,等.基于改进蚁群系统算法与矢量和法的边坡临界滑动面搜索[J].中国农村水利水电,2021(2):186-191. [ ZHANG Chaoxian, HOU Mingxun, SUN Hong, et al. Searching the noncircular critical slip surface of slope based on improved ant colony system algorithm and the vector sum analysis method[J]. China Rural Water and Hydropower, 2021(2): 186 - 191. (in Chinese with English abstract) ]
- [ 9 ] 孙聪,郑宏,李春光,等.基于蚁群算法的严格最大剩余推力临界滑动面搜索[J].岩土力学,2014,35(10):3021-3026. [ SUN Cong, ZHENG Hong, LI Chunguang, et al. Critical slip surface search by using rigorous maximum residual thrust method based on ant colony algorithm[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(10): 3021 - 3026. (in Chinese with English abstract) ]
- [ 10 ] 黄晓锋,石崇,朱珍德,等.基于粒子群优化算法的边坡临界滑动面搜索方法[J].防灾减灾工程学报,2014,34(6):751-757. [ HUANG Xiaofeng, SHI Chong, ZHU Zhende, et al. Determination method of critical slip surface based on PSO algorithm[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2014,

- 34(6): 751 – 757. (in Chinese with English abstract) ]
- [11] 杨善统, 姜清辉, 尹涛, 等. 边坡临界滑面搜索的改进粒子群优化算法 [J]. 岩土工程学报, 2015, 37(8): 1411 – 1417. [ YANG Shantong, JIANG Qinghui, YIN Tao, et al. Search of critical slip surface of slopes using improved particle swarm optimization method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, 37(8): 1411 – 1417. (in Chinese with English abstract) ]
- [12] 张明瑞, 陈征宙, 刘裕华, 等. 引入退火机制的智能单粒子算法在复杂边坡最危险滑动面搜索中的应用 [J]. 工程地质学报, 2011, 19(2): 181 – 186. [ ZHANG Mingrui, CHEN Zhengzhou, LIU Yuhua, et al. Application of intelligent single particle optimizer with simulated annealing mechanism to searching for critical slip surface of complex slope[J]. Journal of Engineering Geology, 2011, 19(2): 181 – 186. (in Chinese with English abstract) ]
- [13] 刘国东, 戴振学, 邢冰, 等. 仿生算法在地下水模型反演中的应用现状与展望 [J]. 水文地质工程地质, 2016, 43(1): 41 – 49. [ LIU Guodong, DAI Zhenxue, XING Bing, et al. Application of bio-inspired algorithms for inverse problems of groundwater models: Status and prospects[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2016, 43(1): 41 – 49. (in Chinese with English abstract) ]
- [14] 宋子岭, 杨添, 赵立春. 含多层软弱夹层的顺向岩质边坡稳定性评价方法对比分析 [J]. 中国地质灾害与防治学报, 2016, 27(2): 20 – 25. [ SONG Ziling, YANG Tian, ZHAO Lichun. Application of combination algorithm in stability analysis of rock slope with contains multilayer weak bedrock layers[J]. The Chinese Journal of Geological Hazard and Control, 2016, 27(2): 20 – 25. (in Chinese with English abstract) ]
- [15] 朱大勇, 邓建辉, 台佳佳. 简化 Bishop 法严格性的论证 [J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(3): 455 – 458. [ ZHU Dayong, DENG Jianhui, TAI Jijia. Theoretical verification of rigorous nature of simplified bishop method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(3): 455 – 458. (in Chinese with English abstract) ]
- [16] 王圣尧, 王凌, 方晨, 等. 分布估计算法研究进展 [J]. 控制与决策, 2012, 27(7): 961 – 966. [ WANG Shengyao, WANG Ling, FANG Chen, et al. Advances in estimation of distribution algorithms[J]. Control and Decision, 2012, 27(7): 961 – 966. (in Chinese with English abstract) ]
- [17] 杨启文, 余诗琦, 张美琳, 等. 多种群伪正态分布估计算法 [J]. 模式识别与人工智能, 2021, 34(7): 619 – 630. [ YANG Qiwen, YU Shiqi, ZHANG Meilin, et al. Multiple populations based estimation of pseudo-normal distribution algorithm[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2021, 34(7): 619 – 630. (in Chinese with English abstract) ]
- [18] 王旭, 刘东升, 宋强辉, 等. 基于极限平衡法的边坡稳定性可靠度分析 [J]. 地下空间与工程学报, 2016, 12(3): 839 – 844. [ WANG Xu, LIU Dongsheng, SONG Qianghui, et al. Slope stability reliability analysis based on limit equilibrium methods[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2016, 12(3): 839 – 844. (in Chinese with English abstract) ]
- [19] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析——原理·方法·程序 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003. [ CHEN Zuyu. Soil slope stability analysis: theory, methods and programs [M]. Beijing: China Water & Power Press, 2003. (in Chinese) ]

编辑: 王支农