Kelvin-Voigt 黏弹性介质地震波场数值模拟与衰减特征

严红勇^{1,2},刘洋^{1,2}

(1. 中国石油大学 油气资源与探测国家重点实验室,北京 102249;2. 中国石油大学 CNPC 物探重 点实验室,北京 102249)

摘要:利用高阶交错网格有限差分模拟 Kelvin-Voigt 黏弹性介质中传播的地震波,同时将完全匹配层吸收边界条件引入到其边界处理中。数值模拟结果表明,完全匹配层吸收边界效果好,高阶有限差分能模拟得到的黏弹性介质波场精度较高。对模拟的黏弹性波场进行分析,表明介质的粘滞性使地震反射波的能量变弱,高频衰减明显,并 此低频衰减得快,主频向低频方向移动,有效频带变窄,即降低了地震波的分辨率;并且反射转换波比反射纵波要 衰减得快;而且还随着传播距离的增加,其峰值频率也逐渐降低。通过数值模拟分析具有不同的粘滞系数介质对 地震波的吸收和衰减,结果表明随着粘滞系数的增大,地下介质对地震波的吸收衰减更明显。

关键词:黏弹性; 交错网格; 有限差分;完全匹配层;衰减

中图分类号: P631.4 文献标识码: A 文章编号: 1000 - 8918(2012)05 - 0806 - 07

目前,在讨论地震波传播理论时,绝大部分情况 下是把地震波看作弹性波。事实上,大地介质是属 于非完全弹性介质,它是具有粘滞性的黏弹性体。 地震波在地下介质中传播时很容易被吸收,其振幅 发生衰减,波形发生畸变,影响了地震资料的分辨 率。通过对黏弹性介质中的地震波场进行数值模 拟,来研究和分析地震波传播过程中的衰减特征,对 指导改进地震资料的分辨率具有重要意义。

自 Stocks 首次研究黏弹性介质及其地震波的传播以来,相关的理论和应用研究得到了长足的发展, 目前出现了许多描述黏弹性介质的数学模型,主要包括 Kelvin-Voigt 模型、Maxwell 模型、标准线性模型 等⁽¹¹⁾。刘瑞珣等指出,用 Kelvin-Voig 模型描述地下 介质既简便又较为符合地下实际情况⁽²¹⁾。数值模 拟是研究地震波在地下介质中传播规律的一种有效 方式。不少学者对黏弹性波正演数值模拟进行了研 究,主要代表学者有 Carcione 和 Robertsson 等,他们 采用的是伪谱法或低阶有限差分对黏弹性波场进行 模拟,然后在时间域对模拟的地震波波形的衰减特 征进行了简单的分析⁽³⁻⁷¹)。然而,他们很少对地震 波衰减在频率域内的表现特征进行分析。

黏弹性波正演数值模拟可采用的方法有伪谱 法、有限差分法、有限元法、边界元法等,其中交错网 格有限差分法计算速度快,方便灵活,不受模型的限 制。为了提高交错网格的模拟精度,裴正林推导出 了交错网格一阶空间导数的任意偶数阶精度展开式 和相应差分系数计算式,并将此运用到求解一阶应 力一速度弹性波方程中^[8]。笔者将此任意偶数阶 精度交错网格差分格式用于求解一阶速度一应力 Kelvin-Voig 黏弹性波动方程,利用交错网格高阶有 限差分来模拟黏弹性介质中的波场,并引人完全匹 配层吸收边界来处理边界条件。然后,在模型数值 模拟的结果基础上,分别在时间域和频率域内具体 分析了黏弹性介质对地震波的吸收与衰减特征。

方法原理

1.1 一阶速度一应力黏弹性波动方程

在二维非均匀各向同性黏弹性介质(Kelvin-Voigt 模型)中,用速度一应力表示的一阶黏弹性波 动方程组为

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_x}{\partial z} \right) ,$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{ax}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_x}{\partial z} \right) ,$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial v_z}{\partial z} + (\lambda' + 2\mu') \frac{\vec{\partial} v_x}{\partial x \partial t} + \lambda' \frac{\vec{\partial} v_z}{\partial z \partial t}$$

$$\frac{\partial \tau_x}{\partial t} = \lambda \frac{\partial v_z}{\partial x} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_z}{\partial z} + \lambda' \frac{\vec{\partial} v_x}{\partial x \partial t} + (\lambda' + 2\mu') \frac{\vec{\partial} v_z}{\partial z \partial t}$$

$$\frac{\partial \tau_x}{\partial t} = \mu \frac{\partial v_x}{\partial z} + \mu \frac{\partial v_z}{\partial x} + \mu' \frac{\partial^2 v_x}{\partial z \partial t} + \mu' \frac{\partial^2 v_z}{\partial z \partial t} ,$$

$$(1)$$

收稿日期:2011-02-18

基金项目:国家"863"计划资助项目(2007AA06Z218)和国家油气重大专项课题(2011ZX05019-008)。

· 807 ·

其中: $\lambda + 2\mu = \rho v_p^2$, $\lambda' + 2\mu' = \frac{\rho v_p^2}{\rho \omega}$, $\mu = \rho v_s^2$, $\mu' = \frac{\rho v_s^2}{\rho \omega}$, $\lambda = \rho v_{p}^{2} - \rho v_{p}^{2}, \lambda' = \frac{\rho v_{p}^{2}}{Q_{*} \omega} - 2 \frac{\rho v_{*}^{2}}{Q_{*} \omega}, t$ 为时间变量, v_{x}, v_{z} 分别为质点振动速度在 x_x 方向的分量 $,\tau_x,\tau_x$ 分别 为在x,z方向的正应力, τ_x 为切应力, ρ 为密度, λ 和

$$\frac{\partial u(x)}{\partial x}\bigg|_{x=x_0} \approx \frac{1}{\Delta x} \sum_{m=1}^{N} c_m \Big\{ u \Big[x_0 + \frac{2m-1}{2} \Delta x \Big] - u \Big[x_0 - \frac{2m-1}{2} \Big] \Big\}, \qquad (2)$$

其中:x是实变量; x_0 是一实数; Δx 为空间步长;m =1,…,n;c_m为差分系数。根据裴正林的推导^[8]:当 N = 1时, $c_1 = 1$;当N = 2时, $c_1 = 9/8$, $c_2 = -1/24$;当 N>2时,有

$$c_{m} = \frac{(-1)^{m+1}}{2m-1} \prod_{1 \le i \le N, i \ne m} \left| \frac{(2i-1)^{2}}{(2m-1)^{2} - (2i-1)^{2}} \right|,$$

$$m = 1, \cdots, N; \qquad (3)$$

当 $N \rightarrow \infty$ 时,有

$$c_m = \frac{4(-1)^{m+1}}{\pi(2m-1)^2}$$
 (4)

1.3 黏弹性波方程完全匹配层吸收边界

根据完全匹配层(perfectly matched layer,简称 PML)吸收边界条件的基本原理,采用时间域变量分 裂的方法,对一阶速度一应力黏弹性波动方程进行 波场变量分离,得到应用于黏弹性波动方程的 PML 吸收边界条件。在二维空间的条件下,每一个波场 变量可分为如下两部分^[10]

$$\begin{cases} v_{x} = v_{x}^{x} + v_{x}^{i}, \\ v_{z} = v_{z}^{x} + v_{z}^{i}, \\ \tau_{xx} = \tau_{xx}^{x} + \tau_{xx}^{i}, \\ \tau_{z} = \tau_{z}^{x} + \tau_{z}^{i}, \\ \tau_{zz} = \tau_{zx}^{z} + \tau_{zx}^{z}, \end{cases}$$
(5)

式中.上标 x 和 z 代表该项只与相应的空间导数有 关。根据黏弹性波动方程组(1),可以分裂得到黏 弹性介质中弹性波动方程带有衰减因子的 PML 吸 收边界的方程组(6),这里函数 d(x)和 d(z)是与 x $\pi \gamma$ 方向有关的衰减因子。衰减因子 d(x) 和 d(z)计算方法很多,笔者采用 Collino 和 Chrysoula(2001) 提出的一种随内域截断边界与 PML 界面距离为指 数关系的衰减函数[11]。在时间导数上用二阶中心 差分、空间导数上按照任意偶数阶精度交错网格有 限差分格式来求解方程组(6)中的每一个方程。

采用交错网格差分技术,利用式(2)中求解一 阶导数的方法,在数值模拟计算区域内对方程组 (1)进行求解,在 PML 吸收层区域内对方程组(6) 进行求解,可以实现一阶速度一应力黏弹性波动方 μ 为拉梅系数, λ' 和 μ' 为粘滞系数, v_{o} 为纵波速度, v. 为横波速度, Q. 为纵波品质因子, Q. 为横波品质 因子.ω为圆频率。

1.2 交错网格任意偶数阶精度有限差分

设函数 u(x) 连续,且有 2N + 1 阶导数,则交错 网格---阶导数 2N 阶精度差分近似式可以表示为^[9]

$$\frac{x}{x}\bigg|_{x=x_0} \approx \frac{1}{\Delta x} \sum_{n=1}^{\infty} c_n \left\{ u \left[x_0 + \frac{2m-1}{2} \Delta x \right] - u \left[x_0 - \frac{2m-1}{2} \right] \right\},$$
(2)

程数值任意偶数阶精度的模拟:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_x^i}{\partial t} + v_x^i d(x) &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_x}{\partial x}, \\ \frac{\partial v_z^i}{\partial t} + v_x^i d(z) &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_x}{\partial z}, \\ \frac{\partial v_z^i}{\partial t} + v_z^i d(x) &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_x}{\partial x}, \\ \frac{\partial v_z^i}{\partial t} + v_z^i d(x) &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_x}{\partial z}, \\ \frac{\partial \tau_{xx}^i}{\partial t} + \tau_{xx}^i d(x) &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_x}{\partial x} + (\lambda' + 2\mu') \frac{\partial^2 v_z}{\partial x \partial t}, \\ \frac{\partial \tau_{xx}^i}{\partial t} + \tau_{xx}^i d(z) &= \lambda \frac{\partial v_z}{\partial z} + \lambda' \frac{\partial^2 v_z}{\partial z \partial t}, \\ \frac{\partial \tau_{xx}^i}{\partial t} + \tau_x^i d(z) &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_z}{\partial x} + (\lambda' + 2\mu') \frac{\partial^2 v_z}{\partial x \partial t}, \\ \frac{\partial \tau_{xx}^i}{\partial t} + \tau_x^i d(z) &= \lambda \frac{\partial v_x}{\partial x} + \lambda' \frac{\partial^2 v_z}{\partial z \partial t}, \\ \frac{\partial \tau_{xx}^i}{\partial t} + \tau_x^i d(z) &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v_z}{\partial z} + (\lambda' + 2\mu') \frac{\partial^2 v_z}{\partial z \partial t}, \\ \frac{\partial \tau_{xx}^i}{\partial t} + \tau_x^i d(z) &= \mu \frac{\partial v_z}{\partial x} + \mu' \frac{\partial^2 v_z}{\partial z \partial t}, \\ \frac{\partial \tau_{xx}^i}{\partial t} + \tau_x^i d(z) &= \mu \frac{\partial v_z}{\partial x} + \mu' \frac{\partial^2 v_z}{\partial z \partial t}, \end{aligned}$$
(6)

数值模拟与分析 2

2.1 均匀介质模型

为了验证 PML 吸收边界的有效性,设计了一个 1600 m×1600 m 的均匀介质模型,空间采样间隔 $\Delta x = \Delta z = 8 \text{ m}$,时间步长为1 ms。模型介质的 $v_p =$ 3 000 m/s, $v_s = 1$ 800 m/s, $\rho = 2$ 300 kg/m³, $Q_p = 80$, Q。=60。震源位于模型的中心(800 m、800 m),震 源子波采用 Ricker 子波,主频为 30 Hz。

在数值模拟过程中采用十二阶空间差分精度、 二阶时间差分精度的交错网格有限差分格式模拟, 并分别在不考虑吸收边界和 PML 吸收边界条件下 输出波场快照和记录介质中某一点的振动过程,对 吸收效果进行分析。图 1 是加 PML 吸收边界后的 三个波场快照的水平分量和垂直分量,从左到右对 应的时间为170、340和510ms。从图1可以看出,

36卷







图2 不加边界吸收和加 PML 边界吸收时的质点振动记录 PML 能很好地吸收来自边界的强反射。图2 是记录质点(280、600 m)的振动记录。从图可以看出, 加 PML 后,该点基本接收不到来自边界的反射。图



1 和图 2 说明采用 PML 边界能较好地消除边界反 射。数值模拟试验表明,PML 吸收边界条件吸收效 果不仅与匹配层厚度有关,还与衰减因子的取值有 直接关系。一般情况下,匹配层厚度越大、衰减因子 相对越小,PML 吸收边界条件吸收效果越好。大的 衰减因子虽然会使人射地震波较快地被吸收,但同 时也会产生反射,因此选择合适的匹配层厚度和合 适的衰减因子对 PML 吸收边界条件很重要。

2.2 层状介质模型

为了分析黏弹性介质中的吸收和衰减现象,笔 者设计了一个2400 m × 2400 m 的网格模型,网格 的大小为8 m。时间采样间隔为1 ms,震源坐标为 (1200 m,300 m),震源子波采用 Ricker 子波,主频 为30 Hz,其他参数如表1所示。

表1 双层水平层状介质模型参数

地层层号	h∕m	$v_p/(m/s)$	v _s /(m/s)	Qp	Q.	$p/(g/cm^3)$
1	1200	3000	1800	60	40	2.0
2	1200	4000	2400	2000	2000	2.3

利用十六阶空间差分精度、二阶时间差分精度 的交错网格有限差分格式分别对弹性波方程和加入 粘滞系数后的黏弹性波方程进行数值模拟,图3和 图4是分别模拟得到的弹性波共炮点记录和黏弹性 波共炮点记录,从图中可以看出,与弹性波共炮点记 录相比,无论纵波反射,还是转换波反射,黏弹性波 记录的反射波的反射振幅明显衰减、同相轴能量相 对较弱,且同相轴的波形要宽,介质的黏弹性对地震 波能量的吸收和衰减作用明显。从图5和图6可以 看出,与弹性波相比,黏弹性波的所有频率成分都存 在衰减,其反射波的主频向低端偏移显著,即高频吸 收明显,且有效频带变窄;并且在黏弹性波记录中,



a-水平分量;b-垂直分量 图 3 弹性波方程数值模拟的共炮点记录



a一水平分量;b一垂直分量





a一水平分量;b一垂直分量

图 6 图 2 第 50 道弹性波记录与图 3 第 50 道黏弹性波记录中 PS 反射波的振幅谱对比

PS 波与 PP 波相比, PS 波的高频吸收要略强一些。

图 7 和图 8 分别是上述模型模拟的黏弹性波记 录中 PP 波反射波和 PS 波反射的峰值频率随偏炮 检的变化。PP 反射波和 PS 反射波的峰值频率的变 化趋势是随着炮检距的增大而减小,并且 PS 反射波 衰减的要快一些。这是由于地层对地震波的吸收作 用,地震波随着传播距离增加,其高频率成分逐渐衰 减所致。通过对比发现,PP 反射波峰值频率的变化 趋势与刘洋和魏修成采用的高精度吸收方程模拟的 衰减变化趋势是一致的^[12]。

对上述模型分别取不同的 Q 值(Q_p = 2 000, 200,100,60;Q_a = 1 600,150,70,40)进行数值模拟, 然后对其 PP 反射波和 PS 反射波进行频谱分析。 图 9 是不同品质因子的 PP 波振幅谱,图 10 是不同 品质因子的 PS 波振幅谱。从图中可以看出,小 Q 值的频谱曲线都位于大 Q 值的内侧,而且随着品质



图 10 不同品质因子的 PS 波振幅谱

· 811 ·

因子 Q 值的减小(相应的粘滞系数越大),黏弹性反 射波的主频向低频方向移动,高频吸收明显;高频成 分比低频成分衰减得快(频谱右半边的曲线比左半 边稀疏),有效频带变窄,振幅降低,这是由于黏弹 性介质对地震波频率成分具有选频吸收作用所导 致。当品质因子 Q 值增大到一定程度时,介质的粘 滞性对地震波的影响就可以忽略了,此时地震波的 振幅、主频、频宽几乎不衰减。

笔者设计了一个2400m×2400m的五层介 质模型,其网格的大小为8m。震源位于(1200m、 300m)处。模拟时,震源子波采用Ricker子波,主 频为20Hz,时间采样间隔为1ms,其他参数如表2 所示。采用十六阶空间差分精度、二阶时间差分精 度的交错网格有限差分格式分别对弹性波方程和加 入粘滞系数后的黏弹性波方程进行模拟。

图 11 和图 12 是分别模拟多层介质而得到的弹 性波共炮点记录和黏弹性波共炮点记录。将两图进



表2 多层层状介质模型参数

						and the second se
地层层号	h/m	$v_p/(m/s)$	v_/(m/s)	$Q_{\rm p}$	Q,	$\rho/(g/cm^3)$
1	500	1900	1200	50	40	1.8
2	900	2400	1500	55	45	1.9
3	1400	2800	1900	60	50	2.0
4	1900	3200	2300	65	55	2.1
5	2400	3600	2700	70	60	2.2

行对比同样可以明显看出,黏弹性波记录的反射波 同相轴能量相对较弱,且同相轴的波形也相对要宽, 介质的黏弹性对地震波能量的吸收作用很明显。

3 结论

考虑地下介质的粘滞性,更加接近地下的真实 情况。利用高阶交错网格有限差分求解 Kelvin-Voigt 模型的黏弹性波动方程,并将 PML 吸收边界 条件引入其中。对地震波场进行数值模拟表明, PML 边界条件对边界反射干扰能够很好地消除,高 阶有限差分能够比较准确地模拟地震波场的传播特



a一水平分量;b一垂直分量





a-水平分量;b-垂直分量 图 12 黏弹性波方程数值模拟的共炮点记录 征。对黏弹性波的模拟结果进行分析,得到以下几 点认识。

(1)介质的粘滞性使地震反射波的能量变弱, 而且是影响地震波的所有频率成分,并且高频成分 衰减尤为明显,主频向低频端移动,其有效频带变 窄,即降低了地震波的分辨率。

(2)地震波在介质中传播时,反射转换波比反 射纵波要衰减得快,介质的粘滞性对转换波的影响 更大。

(3)随着传播距离的增加,纵波和转换波的峰 值频率都逐渐降低,并且转换波的峰值频率要降低 得快。

(4)通过数值模拟分析具有不同粘滞系数的介 质对地震波的吸收衰减,结果表明随着粘滞系数的 增大,地震波的衰减更明显。

(5)介质的粘滞性对地震波的这种吸收衰减, 使得不能直接从地震数据上得到详细的地下信息和 分辨率更高的图像。因此,通过对黏弹性介质波场 数值模拟与分析,可以清楚地了解地下介质的粘滞 性对地震波传播的影响,这对补偿粘滞因素的影响 和提高地震资料的分辨率有重要的实际意义。

参考文献:

[1] 牛滨华,孙春岩.半无限空间各向同性黏弹性介质与地震波传

播[M].北京:地质出版社,2007.

- [2] 刘瑞昀,张秉良,张臣.描述岩石黏弹性固体性质的开尔文模型[J].地学前缘,2008,15(3):221-225.
- [3] Carcione J M. Seismic modeling in viscoelastic media [J]. Geophysics, 1993, 58(1); 110 - 120.
- [4] Robertsson J O A, Blanch J O, Symes W W. Viscoelastic finitedifference modeling[J]. Geophysics, 1994, 59(9);1444-1456.
- [5] Xu T, George A. Efficient 3-D viscoelastic modeling with application to near-surface land seismic data [J]. Geophysics, 1998, 63 (2);601-612.
- [6] 刘财,张智,邵志刚,等.线性粘弹体中地震波场伪谐法模拟 技术[J].地球物理学进展,2005,20(3):640-644.
- [7] 单启铜,乐友善.PML边界条件下二维黏弹性介质波场模拟
 [J].石油物探,2007,46(2):126-130.
- [8] 裴正林.任意起伏地表弹性波方程交错网格高阶有限差分法数值模拟[J].石油地球物理勘探,2004,39(6);629-634.
- [9] Kindelan M, Kamel A, Sguazzero P. On the construction and ef? ciency of staggered numerical differentiators for the wave equation [J]. Geophysics, 1990, 55(1);107-110.
- [10] Chew W, Liu Q. Perfectly matched layers for elastodynamics; A New absorbing boundary condition [J]. Journal of Computational Acoustics, 1996, 4 (4): 341 – 359.
- [11] Collino F, Tsogka C. Application of the PML absorbing layer model to the linear elastodynamic problem in anisotropic heterogeneous media[J]. Geophysics, 2001, 66(1):294 ~ 307.
- [12] 刘洋,魏修成. CMP 道集反射波吸收方程和层 Q 值反演[J]. 石油天然气学报,2009,31(6):69-76.

NUMERICAL MODELING AND ATTENUATION CHARACTERISTICS OF SEISMIC WAVEFIELD IN KELVIN-VOIGT VISCOELASTIC MEDIA

YAN Hong-yong^{1, 2}, LIU Yang^{1, 2}

(1. State Key Laboratory of Petroleum Resource and Prospecting, China University of Petroleum, Beijing 102249, China; 2. CNPC Key Laboratory of Geophysical Exploration, China University of Petroleum, Beijing 102249, China)

Abstract: This paper uses finite difference algorithm of high-order staggered-grid simulate Kelvin-Voigt viscoelastic media of seismic waves and meanwhile introduces the perfectly matched layer(PML) absorbing boundary condition into its boundary. Numerical simulation demonstrates that the effect of this algorithm of absorbing boundary is very good and the wavefield of viscoelastic media obtained from high-order finite difference is relatively accurate. An analysis of viscoelastic wavefield simulation shows that the energy of the reflected wave becomes weaker, the attenuation of the high frequency wave is much more apparent in comparison with that of the low frequency wave, the main frequency becomes closer to the low frequency, and the effective bandwidth is narrower, which all induce low resolution of seismic wave according to the simulation of viscoelastic wavefields. Besides, the attenuation of PS-wave is much more rapid in comparison with that of PP-wave and the peak frequency becomes lower gradually with the increase of the propagating distance. It is also shown that the absorption and attenuation are more apparent with the increase of viscosity coefficient by analysis of the absorption and attenuation of seismic wave in different viscosity coefficient media.

Key words: viscoelasticity; staggered-grid; finite difference; PML; attenuation

作者简介:严红勇(1982-),用,中国石油大学(北京)在读博士研究生,主要从事地震波传播与成像、地震波吸收衰减及地震 资料高分辨率处理等方面的研究工作,公开发表学术论文数篇。