

航空重力数据的等波纹 FIR 低通滤波试验

罗锋^{1,2}, 郭志宏^{1,2}, 骆遥^{1,2}, 王明^{1,2}

(1. 中国国土资源航空物探遥感中心, 北京 100083; 2. 中国国土资源航空物探遥感中心 地对观测技术工程实验室, 北京 100083)

摘要:为解决航空重力测量中的核心技术之一——强噪声背景下提取微弱重力异常信号的问题, 根据等波纹切比雪夫逼近理论, 采用瑞米兹 (Remez) 交换算法设计等波纹线性相位 FIR 低通滤波器, 利用模型数据对该方法进行了验证, 并通过 GT-1A 型航空重力系统测量数据进行滤波试验。结果表明, 基于 Remez 交换算法设计等波纹线性相位 FIR 低通滤波器, 在自由空气重力异常获取的滤波试验中, 能获得与 GT-1A 系统卡尔曼平滑滤波相同的效果。

关键词:航空重力; 等波纹; FIR 低通滤波

中图分类号: P631

文献标识码: A

文章编号: 1000-8918(2012)05-0856-05

20 世纪 90 年代末期以来, 随着高灵敏度重力仪器的发展和 GPS、INS 等技术的应用, 航空重力测量取得了突破性进展。2006 年中国国土资源航空物探遥感中心成功引进了俄罗斯 GT-1A 航空重力测量系统^[1-3], 通过技术引进、消化与自主研发, 掌握了航空重力测量技术, 达到地质勘探实用化的程度, 取得了明显的地质效果^[4]。航空重力测量以飞机为载体, 搭载航空重力测量仪器在高动态环境下进行测量, 飞机载体的高频振动对测量数据产生影响, 强噪声背景下提取微弱的重力异常信号是航空重力测量中的核心技术之一。测量信号中重力异常的提取通常采用低通滤波器, 并且要求所设计的滤波器具有精确线性相位特性。有限冲激响应 FIR (finite impulse response) 滤波器可以设计成线性相位, 并且对于数值计算总是无条件稳定的, 成为航空重力测量数据处理中一类重要的滤波器^[5]。笔者根据等波纹线性相位 FIR 的加权切比雪夫逼近理论, 采用瑞米兹 (Remez) 交换算法设计出最优线性相位低通滤波器, 通过模型数据和 GT-1A 型航空重力系统实测数据进行滤波试验, 分析该方法的有效性。

1 等波纹线性相位 FIR 低通滤波器

McClellan 等^[6]应用切比雪夫逼近理论, 提出一种等波纹的线性相位 FIR 滤波器的设计方法, 这种方法通过对理想滤波器的一致意义上的最佳逼近,

能获得较好的通带和阻带性能。

1.1 等波纹线性相位 FIR 数字滤波器原理

FIR 滤波器的单位冲激响应 $h(n)$ 是有限的 ($0 < n < N-1$), 其频率响应为

$$H(e^{j\omega}) = H(z)|_{z=e^{j\omega}} = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)e^{j\omega n} = H(\omega)e^{j\theta(\omega)}.$$

FIR 滤波器要具有线性相位, 需满足 $\theta(\omega) = -\tau\omega$, 时间延时 τ 等于 $h(n)$ 长度 $N-1$ 的一半:

$$H(e^{j\omega}) = \exp\left(-j\frac{N-1}{2}\omega\right) \cdot \exp\left(-j\frac{\pi}{2}K\right) \cdot H(\omega).$$

以最大误差最小化准则 (加权切比雪夫等波纹逼近) 设计线性相位的低通 FIR 滤波器。为了统一使用最大误差最小化准则, 采用误差函数加权, 使不同频带 (通带和阻带) 的加权误差最大值相等, 定义加权逼近误差函数为

$$E(e^{j\omega}) = H_d(e^{j\omega}) - H(e^{j\omega}), \\ E(\omega) = W(\omega)[H_d(\omega) - H(\omega)].$$

$E(\omega)$ 是所设计的滤波器与理想滤波器的幅频特性在通带和阻带内的误差值; $W(\omega)$ 是已知的权函数, 在不同频带可取不同的值; $H(\omega)$ 是所要设计的滤波器的幅频特性; $H_d(\omega)$ 是理想滤波器的幅频特性。

$H(\omega)$ 可表示成两项相乘形式:

$$H(\omega) = Q(\omega) \cdot P(\omega),$$

表1 $Q(\omega) \cdot P(\omega)$ 表示的线性相位 FIR 滤波器四种情况

四种情况	$Q(\omega)$	$P(\omega)$
N 为奇数, $h(n)$ 为偶对称	1	$\sum_{n=0}^{(N-1)/2} a(n) \cos(\omega n)$
N 为偶数, $h(n)$ 为偶对称	$\cos(\omega/2)$	$\sum_{n=0}^{(N/2)-1} b(n) \cos(\omega n)$
N 为奇数, $h(n)$ 为奇对称	$\sin\omega$	$\sum_{n=0}^{(N-1)/2} c(n) \cos(\omega n)$
N 为偶数, $h(n)$ 为奇对称	$\sin(\omega/2)$	$\sum_{n=0}^{(N/2)-1} d(n) \cos(\omega n)$

注: $a(n), b(n), c(n), d(n)$ 为系数函数。

因而有

$$E(\omega) = W(\omega)[H_d(\omega) - Q(\omega) \cdot P(\omega)].$$

表1给出了两项相乘的线性相位 FIR 滤波器有四种可能的情况。

对于低通滤波器,如果 F 为给定的通带和阻带频率取值范围,那么最大误差最小化准则就是通过寻求一组系数使逼近误差的最大值达到最小,即

$$\max |E(\omega)| = \min, \quad \omega \in F.$$

1.2 基于 Remez 交换算法设计低通滤波器

以 N 为奇数, $h(n)$ 为偶对称, $h_d(n)$ 为理想滤波器冲激响应为例,讨论

$$P(\omega) = \sum_{n=0}^{(N-1)/2} a(n) \cos(\omega n).$$

根据交错定理^[7],为了使 $H(\omega)$ 在 F 范围唯一最佳地逼近于 $H_d(\omega)$,其充分必要条件是误差函数 $E(\omega)$ 在 F 范围至少应有 $(r+1)$ 个极值点,即:

$$E(\omega_i) = -E(\omega_{i+1}) = \max |E(\omega)|,$$

$$\omega_0 \leq \omega_2 \leq \omega_3 \leq \dots \leq \omega_r, r = (N+1)/2.$$

图1所示的误差容限的线性低通滤波器,即在通带 $\omega_0 \leq \omega \leq \omega_p$ 内以最大误差 δ_1 逼近1,在阻带 $\omega_s \leq \omega \leq \pi$ 内以最大误差 δ_2 逼近0。为了使通带实际误差 δ_1 和阻带实际误差 δ_2 保持一致性($\delta_1 = k\delta_2$),

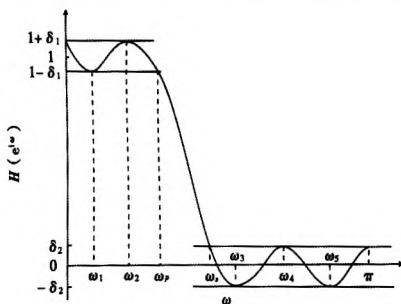


图1 线性 FIR 低通滤波器的一致逼近

那么逼近误差的加权函数为

$$W(\omega) = \begin{cases} 1/k, & \omega_0 \leq \omega \leq \omega_p, \\ 1 & \omega_s \leq \omega \leq \pi. \end{cases}$$

滤波器设计中,通过给定初始的参数 $N, \omega_p, \omega_s, \delta_1, \delta_2$,进行迭代,使逼近误差 δ_1, δ_2 达到最小,来确定冲击响应 $h(n)$ 。

2 等波纹线性相位的 FIR 滤波实验

根据上述算法,笔者借助 Microsoft Visual C++ 开发工具,编制了基于 Remez 交换算法的等波纹线性 FIR 数字滤波器程序,并采用理论模型数据和实测航空重力数据进行了滤波试验。

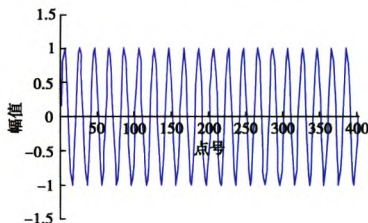
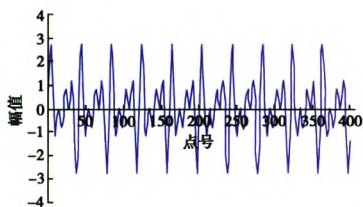
2.1 理论模型试验对比

假定信号理论模型为

$$Y = f(t) =$$

$$\sin(0.1\pi t) + \sin(0.15\pi t) + \sin(0.2\pi t),$$

把单个频率信号 $\sin(0.1\pi t)$ 作为待提取的有用信号。图2右图为单个频率信号 $\sin(0.1\pi t)$ 经1 Hz采

图2 模型(左)和 $\sin(0.1\pi t)$ 经过1 Hz采样后的波形(右)

样后的波形,图2左图为该理论模型经1 Hz采样后的波形图。

将通带截止频率选为0.05 Hz,阻带截止频率

选为0.07 Hz,分别采用凯泽(Kaiser)窗函数 FIR 低通滤波器和等波纹 FIR 低通滤波器对模型数据进行低通滤波。图3~图5分别为所设计的凯泽窗函数

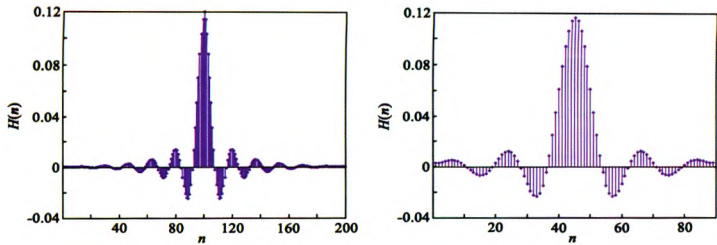


图3 Kaiser窗函数(左)和等波纹FIR滤波器(右)脉冲响应

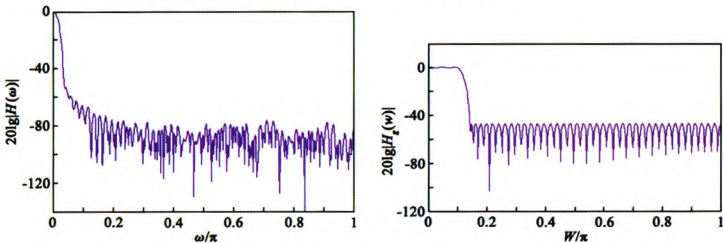


图4 Kaiser窗函数(左)和等波纹FIR(右)滤波器频幅响应

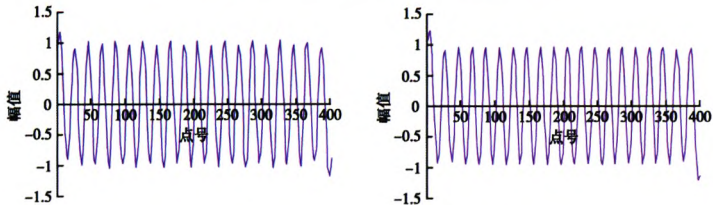


图5 Kaiser窗(左)和等波纹FIR(右)滤波后的波形

表2 两种滤波结果的差值统计

FIR 低通滤波	窗口宽度(阶数)	最大值	最小值	均方差
凯泽窗	200	0.067	-0.067	0.037
等波纹	90	0.044	-0.044	0.031

和等波纹FIR低通滤波器的脉冲响应、频幅响应和模型数据滤波后的波形图。

表2为凯泽窗FIR滤波结果、等波纹FIR滤波结果与单个频率 $\sin(0.1\pi t)$ (作为参考标准)数据进行差值统计比较的结果,由均方差值的比较可知等波纹的线性FIR低通数字滤波器的数据结果吻合程度优于Kaiser窗窗函数法的FIR,所设计的滤波器是可靠的。

2.2 实测航空重力数据滤波试验

图6、图7分别为GT-1A型航空重力系统获得的原始未滤波和100、60s滤波后(GT-1A自带的滤波

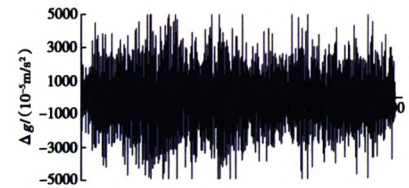


图6 GT-1A型航空重力系统未经滤波的自由空气重力测线数据

软件模块,滤波方式为卡尔曼平滑滤波)的自由空气重力异常测线数据,其中测量飞行平均速度约为60 m/s,系统采样频率为0.5 Hz,剖面图横轴为测线基准点号,间距约30 m。

图8是原始未滤波的自由空气重力异常数据减

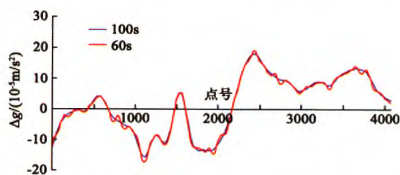


图7 GT-1A 型航空重力系统 100、60 s 滤波后的自由空气重力测线数据

去经 60 s 滤波后数据的噪声近似特性,由此可知航空重力异常数据中包含了大量的测量噪声,噪声的幅度比重力异常高出很多,而且噪声占据了相当宽的频带,也没有明显的过渡带。

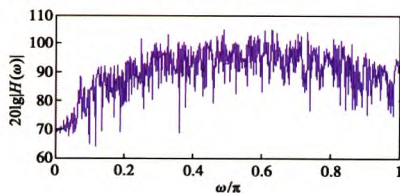


图8 GT-1A 型航空重力系统测量数据噪声的幅频响应

对 GT-1A 航空原始未滤波自由空气重力测线数据分别进行截止波长 λ_c 为 100、60 s 长度 (按航速 v 为 60 m/s 计算,截止波长 λ_c 分别为 6.3、6 km,按 $f_c = v/\lambda_c$ 的截止频率分别为 0.01、0.016 7 Hz) 低通滤波试验计算^[2-3,8]。 $\lambda_c = 6$ km 对应的通带频率、阻带频率取值为 $f_p = 0.009$ $f_s = 0.011$; $\lambda_c = 3.6$ km

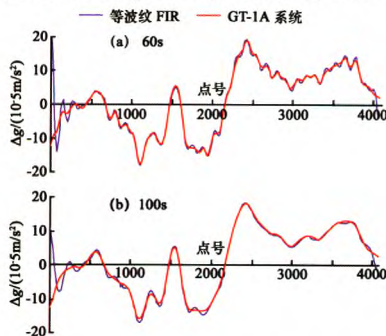


图9 两种滤波方法滤波后的自由空气重力测线数据

对应的通带频率、阻带频率取值为 $f_p = 0.0149$ $f_s = 0.0185$ 。滤波后的实验结果如图 9。等波纹 FIR 低通滤波相对于 GT-1A 系统卡尔曼滤波结果 (作为参考标准) 的差值统计如表 3。

表3 两种滤波结果的差值统计

滤波窗口	最大值	最小值	均方差
60 s	1.71	-1.13	0.48
100 s	2.07	-1.53	0.50

由表 3 可知,等波纹 FIR 低通滤波结果的差异值在 ± 1.5 mGal 左右,均方差值为 0.5 mGal 左右,与 GT-1A 系统自带的卡尔曼平滑滤波结果吻合程度比较好。

3 结论

试验表明在相同的滤波器指标下,等波纹的线性 FIR 数字滤波器比 Kaiser 窗 FIR 滤波器的阶数要少,而且滤波后的效果更佳,并能准确给定通带和阻带的边界频率。在航空自由空间重力异常的提取中,通过合理选择等波纹 FIR 滤波器的通带频率、阻带频率等滤波参数,可以获得与 GT-1A 系统卡尔曼平滑滤波相同的效果。针对等波纹 FIR 滤波器对边界频率的有效控制特点,结合系统的异常空间分辨率参数,能否对飞行条件较好情况下获得的重力异常数据提取更多的细节信息,则有待进一步研究。

参考文献:

- [1] 熊盛青. 我国航空重磁勘探技术现状与发展趋势[J]. 地球物理学进展, 2009, 24(1): 113-117.
- [2] 郭志宏, 罗锋, 安占峰. 航空重力数据窗函数法 FIR 低通数字滤波实验[J]. 物探与化探, 2007, 31(6): 568-571.
- [3] 郭志宏, 罗锋, 王明, 等. 航空重力数据无限脉冲响应低通数字滤波器设计与试验研究[J]. 地球物理学报, 2011, 54(8): 2148-2153.
- [4] 李文勇, 周鑫鑫, 郭志宏, 等. 航空重力构造分层方法[J]. 地球物理学进展, 2010, 25(5): 1641-1647.
- [5] 孙中苗. 航空重力测量中 FIR 低通滤波器的设计与应用[J]. 解放军测绘学院学报, 1996, 13(4): 247-250.
- [6] Rabiner L R, McClellan J H, Parks T W. FIR digital filter design techniques using weighted Chebyshev approximation[J]. Proc IEEE, 1975, 63(4): 595-610.
- [7] 陈佩青. 数字信号处理教程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003: 368-380.
- [8] 孙中苗, 夏哲仁. FIR 低通差分器的设计及其在航空重力测量中的应用[J]. 地球物理学报, 2000, 43(5): 850.

EXPERIMENTAL RESEARCHES ON FIR LOWPASS FILTER BASED ON EQUIRIPPLE

LUO Feng^{1,2}, GUO Zhi-hong^{1,2}, LUO Yao^{1,2}, WANG Ming^{1,2}

(1. China Aero Geophysical Survey and Remote Sensing Center for Land and Resources, Beijing 100083, China; 2. Laboratory of Earth Observation Technology, China Aero Geophysical Survey and Remote Sensing Center for Land and Resources, Beijing 100083, China)

Abstract: This paper aims at solving the extraction of weak gravity anomaly signal under strong noise background, which is one of the key techniques in airborne gravity survey. Remez exchange algorithm design linear phase FIR low-pass filter was employed according to equiripple Chebyshev approximation theory, and model data were used to verify the effectiveness of the method. GT-1A airborne gravity system measurement data were utilized to conduct filter test. It is shown that the same results as the GT-1A system Kalman smooth filter can be obtained on the basis of the Remez exchange algorithm design linear phase FIR equiripple low-pass filter in the free air gravity anomaly under certain conditions.

Key words: airborne gravity; equiripple; FIR (Finite Impulse Response) lowpass filter

作者简介: 罗锋(1979 -), 男, 工程师。2006年毕业于中国地质大学(北京), 从事航空地球物理勘探工作。