DOI: 10.11720/j.issn.1000-8918.2014.1.24

基于裂步 Fourier 法的探地雷达数值模拟及偏移成像

张明财¹, 熊章强², 张大洲²

(1.中国水电顾问集团 西北勘测设计研究院,陕西 西安 710043;2. 中南大学 地球科学与信息物 理学院,湖南 长沙 410083)

摘要:从电磁场基本理论出发,利用裂步 Fourier 法推导出了水平层状介质中频率—波数域电场分量的波场外推 公式,通过对设计的钢筋展布模型和衬砌厚度模型的数值模拟和偏移成像结果分析可以得出:裂步 Fourier 法不但 可以实现二维非均匀介质中探地雷达正演模拟及偏移成像,而且具有编程易于实现、计算量小的优点。通过工程 实例验证,进一步说明了裂步 Fourier 法偏移成像的有效性和实用性。

关键词: 探地雷达;裂步 Fourier 法;数值模拟;偏移成像

中图分类号: P631 文献标识码: A 文章编号: 1000-8918(2014)01-0130-05

探地雷达(GPR)是通过发射和接收广谱高频 (1 MHz~1 GHz)电磁波,根据接收到的电磁波波 形、频率和振幅等特征推断地下地层岩性和介质结 构特征的一种地球物理探测方法。正演模拟作为一 种研究雷达理论的重要手段,目前通常采用时域有 限差分法(FDTD)^[1-2]、射线追踪法^[3]、伪谱法^[4-5]、 边界积分法^[6]等来求解 Maxwell 方程组,但是这些 方法在探地雷达数值模拟时要么比较费时,要么难 以模拟复杂的地质模型,因此在解决探地雷达的实 际问题时还存在一定的缺陷。裂步 Fourier 法^[7-9]作 为地震勘探偏移成像^[10]中发展较为成熟的一种方 法,若将其波场外推的实现过程应用于探地雷达数 值模拟中,就能够在二维非均匀介质中高效、正确地 合成探地雷达剖面。

在雷达原始剖面中,点状反射体表现为双曲线 形态,倾斜界面的倾斜度也比实际小,为了克服这种 畸变,使反射能量收敛回归并正确成像,就需要对原 始雷达剖面进行偏移处理。目前偏移算法主要有以 下三种^[11]:基于标量波动方程的有限差分分解算法 (有限差分法偏移)、基于标量波动方程的积分解算 法(克希霍夫偏移)和 基于 F-K 变换来实现偏移的 算法(相移法)。裂步 Fourier 法在进行探地雷达正 演模拟的同时也可以应用于偏移成像,这种偏移 法^[7-10,13]发展了相移偏移的优点,能够准确计算小 角度传播的波场,偏移传播算子对于介质中较强的 横向变化也能适应,同时该方法计算效率高,稳定性强,在探地雷达偏移成像中有很好的利用价值。

笔者以探地雷达在检测隧道衬砌厚度和钢筋展 布中的应用为基础^[14-15],通过设计双层钢筋和含有 超挖、脱空及欠挖的地电模型为例,应用裂步 Fourier 法进行数值模模拟和偏移成像,进一步说明该 方法在探地雷达研究中的有效性。

1 裂步 Fourier 正演模拟基本原理

根据电磁场基本理论,全电流密度 J 由位移电流密度 J_d 和传导电流密度 J_d 组成^[1,9]

 $J = J_{d} + J_{t} = (i\omega\varepsilon + \sigma)E = i\omega\varepsilon_{a}E$, (1) 其中, ω 表示角频率, ε 表示介电常数, σ 为电导率, E 为电场强度, ε_{a} 表示总体介电常数, 考虑 ε 为一个 复数, 即 $\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon''$, 则 ε_{a} 可表示为

$$\varepsilon_{a} = \varepsilon' - i(\varepsilon'' + \sigma/\omega)_{\circ} \qquad (2)$$

定义品质因子 Q 为总体介电常数的实部与虚部的 比值,即:

$$Q = \omega \varepsilon' / (\omega \varepsilon'' + \sigma) \quad , \tag{3}$$

由品质因子 Q、相对介电常数 K、相对导磁率 μ_r ,可 以求得介质的频散速度 V(ω)及衰减因子 $\alpha(\omega)$,进 而得到复波数 k(ω),即^[13]

$$V(\boldsymbol{\omega}) = \left\{ \sqrt{\mu_{n} \mu_{0} K \varepsilon_{0}} \cos \left[\frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctan} Q \right) \right] \right\}^{-1} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_{c}} \right)^{\left[1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctan} Q\right]^{2}}, \qquad (4)$$

收稿日期:2012-12-30

基金项目:国家自然科学基金(41004047, 41274123)

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega}{V(\omega)} \tan\left[\frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{2}{\pi} \operatorname{arctan} Q\right)\right] , \quad (5)$$

$$k(\omega) = \frac{\omega}{V(\omega)} + i\alpha(\omega) , \qquad (6)$$

其中, ω_e 表示天线的中心频率。

在二维均匀各向同性介质中,麦克斯韦方程中 的电场分量 E 的波动形式可以表示为

$$\nabla^{2} \boldsymbol{E}(x,z,t) = \sigma \mu \, \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \varepsilon \mu \, \frac{\partial^{2} \boldsymbol{E}}{\partial t^{2}} \,, \qquad (7)$$

将 E 沿着时间 t 和空间 x 进行 Fourier 积分,可得

$$\boldsymbol{E}(x,z,t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{E}(k_x,z,\omega) \cdot e^{i(\omega t - k_x x)} dk_x d\omega ,$$
(8)

将方程(7)带入式(8)得到

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \boldsymbol{E}(k_x, z, \omega) + k_z^2 \boldsymbol{E}(k_x, z, \omega) = 0 , \qquad (9)$$
$$k_z^2 = k^2 - k_x^2,$$
$$k = \omega^2 \varepsilon \mu - i\omega \sigma \mu_{\circ}$$

在水平层状介质中,考虑 k₂ 为复数,方程(9)具 有特解

$$\boldsymbol{E}(k_x, z, \boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{E}(k_x, z = z - \Delta z, \boldsymbol{\omega}) e^{-k''_z \Delta z} e^{ik'_z \Delta z},$$
(10)

并且定义在网格点(x,z)处的反射系数为

$$C_{r}(x,z) = \frac{\sqrt{K(x,z)} - \sqrt{K(x,z - \Delta z)}}{\sqrt{K(x,z)} + \sqrt{K(x,z - \Delta z)}} , (11)$$

其中,Δz表示深度z方向的网格间隔。

在二维非均匀介质中,深度 z_i 的电场分量 $E(x, z_i, \omega)$ 通过裂步Fourier法处理深度 z_i 的电场分量 $E(x, z_i, \omega)$ 得到,其方程为

$$\boldsymbol{E}(k_{x}, z_{i}, \boldsymbol{\omega}) = F_{x} \{ F_{x}^{-1} [\boldsymbol{E}(k_{x}, z_{i} - \Delta z, \boldsymbol{\omega}) \cdot e^{-k''_{z} \Delta z} e^{ik'_{z} \Delta z}] e^{ik_{z} \Delta z} \}_{\circ}$$
(12)

此处, F_x 和 F_x^{-1} 分别表示沿 x 方向正、反 Fourier 变 换; k'_z 和 k''_z 分别为复数 k_z 的实部和虚部, $k_z = \sqrt{k_m^2 - k_x^2}$, k_m 表示深度 z_i 处由平均品质因子 Q_m 和平均相对介电常数 K_m 根据式(4)~式(6)计算得到的 平均背景波数; k_x 表示当前计算波数; $k_{z0} = \sqrt{k_m^2 - k_{xz}^2}$, k_{xz} 为空间(x, z_i)点处的波速 V_{xz} 和衰减因子 α_{xz} 对应的波数, 即 $k_{xz} = \omega/V_{xz} + i\alpha_{xz}$ 。

2 裂步 Fourier 偏移成像原理

考虑波动方程(9),令其中 $k_z = \omega u, \omega$ 表示角频 率,u表示慢度场。将慢度场分解为背景参考慢度 场 u_0 与扰动项 Δu 之和,即: $u = u_0 + \Delta u$,将其代入式 (9),不难得到

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \boldsymbol{E}(k_x, z, \omega) + \omega u_0 \boldsymbol{E}(k_x, z, \omega) = -\omega^2 (2u_0 \Delta u + \Delta u^2) \boldsymbol{E}(k_x, z, \omega) \quad (13)$$

式(13)的右端项可以看作是扰动源项,通过该附加项,完成了电场分量 $E(k_x, z, \omega)$ 波动方程从均匀介质向非均匀介质中的变换。

偏移成像过程可以看作是正演模拟的反过程。 首先将空间时间域中的探地雷达数据通过二维 Fourier 变换转换至频率波数域,根据由背景参考慢 度场 u₀ 计算得到的垂直方向波数 k₂₀对所有频率进 行相移,即

$$\boldsymbol{E}(k_x, z_i + \Delta u, \boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{E}(k_x, z_i, \boldsymbol{\omega}) e^{ik_{x0}\Delta z}, \quad (14)$$
$$k_{z0} = \sqrt{\boldsymbol{\omega}^2 u_0^2 - k_x^2} = \boldsymbol{\omega} u_0 \sqrt{1 - (k_x/\boldsymbol{\omega} u_0)^2} \quad \mathbf{\omega}$$

再通过 Fourier 反变换从波数域转换到空间域,相移 由慢度扰动项 Δu 引起的电场分量 $E(x,z_i+\Delta z,\omega)$,即

 $E(x,z_i + \Delta z, \omega) = E(x,z_i + \Delta z, \omega) e^{i\omega\Delta u\Delta z}$, (15) 最后对 $E(x,z_i + \Delta z, \omega)$ 在所有有意义的频段(如 ω_1 到 ω_2)中进行积分,即可得到偏移结果,即

$$\boldsymbol{E}(x, z_i + \Delta z, 0) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{\omega_1}^{\omega_2} \boldsymbol{E}(x, z_i + \Delta z, \omega) \, \mathrm{d}\omega \quad (16)$$

综上所述,在二维非均匀介质中,深度 $z_i + \Delta z$ 的 电场分量 $E(x, z_i + \Delta z, \omega)$ 通过裂步 Fourier 法处理深 度 z_i 的频率域电场分量 $E(x, z_i, \omega)$ 得到^[7]

$$\boldsymbol{E}(x, z_i + \Delta z, \boldsymbol{\omega}) = F_x^{-1} \{ F_x [\boldsymbol{E}(x, z_i, \boldsymbol{\omega})] e^{ik_{z0}\Delta z} \} e^{i\boldsymbol{\omega}\Delta u\Delta z},$$
(17)

其中, F_x 和 F_x^{-1} 分别表示沿 x方向的 Fourier 正、反变换。

3 数值算例

探地雷达监控隧道衬砌质量的两个主要任务是 检测混凝土中的钢筋展布和衬砌混凝土厚度。根据 这一应用对象,特设置了以上两种介质模型,通过模 型试算说明裂步 Fourier 法在探地雷达数值模拟的 有效性和偏移成像的正确性。

3.1 钢筋展布检测模型的正演模拟及偏移成像

钢筋混凝土模型如图 1a 所示,其中第一层钢筋 位于深度 0.2 m 处,钢筋半径 0.01 m,第一根钢筋位 于 *x*=0 m 处,钢筋排列间距 0.2 m,共计 6 根钢筋; 第二层钢筋位于深度 0.5 m 处,钢筋半径 0.02 m,第 一根钢筋位于 *x*=0.1 m 处,钢筋排列间距 0.2 m,共 计 5 根钢筋。钢筋的相对介电常数为 2,相对磁导 率为 20,电阻率为 1 Ω·m;混凝土的相对介电常数





为9,相对磁导率为1,电阻率为1000 $\Omega \cdot m_{\circ}$

利用裂步 Fourier 法对双层钢筋模型进行正演 模拟, 雷达天线频率取 600 MHz, 结果如图 1b 所示。 模型中混凝土为主介质, 钢筋为异常体, 由于钢筋和 混凝土的介电常数、磁导率、电导率相差较大, 雷达 波在两种介质中的传播速度也不尽相同, 同时由于 钢筋的横截面为圆, 雷达波传播到钢筋边界处的时 间也不一样, 钢筋的半径比较小, 可以视为主介质中 的绕射点, 因此, 在雷达剖面上表现为双曲线形态。 由于第二层钢筋的直径大于第一层钢筋, 所以等效 为绕射点的程度没有第一层强烈, 故双曲线形态不 如第一层钢筋那么明显。

为了使雷达剖面图中的双曲线得到正确的归位,采用裂步 Fourier 偏移技术对其进行处理,偏移

后的剖面如图 1c 所示,其中白色虚线表示图 1a 中 所示的真实地质模型。对比实际模型和偏移后的剖 面可知,两者十分吻合,验证了裂步 Fourier 法对介 质属性横向变化的模型进行偏移成像的有效性和正 确性。

3.2 衬砌厚度检测模型的正演模拟及偏移成像

探地雷达检测隧道衬砌厚度的主要目的在于探 明混凝土与围岩结交面的结合程度,判断是否有超 挖、欠挖、脱空等情况。为了同时开展以上三种情况 下的雷达探测研究,故设计了三种情况共同存在的 地电模型,如图 2a 所示。

模型中假定围岩为花岗岩,其相对介电常数为 4,相对导磁率取1,电阻率设定为10000Ω・m;正



图 2 包含超挖、脱空、欠挖异常的地电模型

常混凝土层厚 0.8 m,混凝土层的地电参数与钢筋混凝土模型相同,即相对介电常数取 9,相对导磁率取 1,电阻率设定为 1 000 Ω · m;模型中在 x 方向 0.5 m 处存在超挖异常,在 1.5 m 处存在欠挖异常,并在 1 m 处存在脱空异常,脱空区域设定为一个半径为 0.1 m 的圆形区域,其相对介电常数取 1,相对导磁率取 1,电阻率设定为 10⁶ Ω · m。

用裂步 Fourier 法对该模型进行正演模拟,模拟 得到的雷达剖面如图 2b 所示,其中雷达天线频率取 600 MHz。由剖面图可见,由于脱空区域的地电参 数与围岩和混凝土相差悬殊,脱空部分在剖面图上 的表现为双曲线形态,能量强于超挖和欠挖的异常, 超挖和欠挖异常淹没于脱空的异常表现之中,如果 单靠识别雷达剖面,那么超挖和欠挖的异常可能会 被忽略。

图 2c 为利用裂步 Fourier 法偏移成像的结果, 该结果与图 2a 所示的原始地电模型非常吻合,不但





5 结语

裂步 Fourier 法通过两次相移(参考慢度相移和 扰动项校正相移)可以有效地对非均匀介质中探地 雷达进行正演模拟。该方法只需经过两次 Fourier 变换(从波数域到空间域进行置换),具有易于编程 实现、计算量小的优点。

裂步 Fourier 法可以实现探地雷达的偏移成像, 从而使得反射波正确归位,绕射波收敛,这样有利于 识别地电信息和进行地质解释。该方法在探地雷达 偏移成像中的应用同样具有在正演模拟中的优点。

参考文献:

 [1] 冯德山,戴前伟,何继善.探地雷达的正演模拟及有限差分波动 方程偏移处理[J].中南大学学报:自然科学版,2006,37(2): 361-365. 脱空区域得到了显示,超挖和欠挖异常部分也得到 了突显,这进一步说明了利用裂步 Fourier 法进行探 地雷达正演数值模拟和偏移成像的实用性和有效 性。

4 工程实例

为了进一步说明裂步 Fourier 法偏移成像的实 用性和有效性,特将其应用于某水电站引水隧道拱 顶质量检测。图 3 为雷达原始数据剖面,雷达天线 频率为 600 MHz,采样间隔 0.1 ns,采样点数 512。 由于原始雷达剖面中衬砌与围岩交界面比较模糊, 需要对数据进行 FX 域经验模式分解法压制噪声干 扰^[16],在数据预处理后建立初始模型并采用裂步 Fourier 法进行偏移,其成像剖面如图 4 所示。图中 可以明显地看出钢筋的展布情况,辨识出衬砌与围 岩的交界面形态。根据隧道衬砌设计要求,该检测 段钢筋展布及衬砌厚度符合设计要求。





- [2] James I, Rosemary K. Numerical modeling of ground-penetrating radar in 2D using MATLAB[J].Computers & Geosciences, 2006, 32:1247-1258.
- [3] Cai J, McMechan G A. Ray-based synthesis of bistatic groundpenetrating radar profiles [J]. Geophysics, 1995, 60(1):87-96.
- [4] Casper D A, Kung K S. Simulation of ground-penetrating radar waves in a 2D soil model [J]. Geophysics, 1996, 61 (4): 1034 – 1049.
- [5] Lui Q H, Fan G. Simulations of GPR in dispersive media using a frequency-dependent PSTD algorithm [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1999,37:2317-2324.
- [6] Ellefsen K J. Effects of layered sediments on the guided wave in crosswell radar data[J].Geophysics, 1999, 64(6):1698-1707.
- [7] Adnand B, Gilles G.Frequency-Wavenumber modeling and migration of 2D GPR data in moderately heterogeneous dispersive media
 [J].Geophysical Prospecting, 1998, 46:287-301.
- [8] Alexander M P.Prestack migration by split-step DSR[J].Geophysics, 1996,61(5):1412-1416.

- [9] Stoffa P, Fokkema J, Luna F R, et al. Split-step Fourier migration [J].Geophysics, 1990,55(1):410-421.
- [10] Huang L J, Fehler M C. Accuracy analysis of the split-step fourier propagator: implications for seismic modeling and migration, Bull. Seism[J].Soc Am, 1998, 88:18-29.
- [12] 陈生昌,马在田, Wu Rushan. 波动方程深度偏移的局部裂步

Fourier 传播算子[J].计算物理,2006,23(5):604-608.

- [13] Bano M.Constant dielectric losses of ground-penetrating radar waves [J].Geophysical Journal Int., 1996, 124:279–288.
- [14] 刘敦文,黄仁东,徐国元,等.应用探地雷达技术检测隧道衬砌 质量[J].物探与化探,2001,25(6):469-473.
- [15] 钟世航,王荣.探地雷达检测隧道衬砌中的几个问题[J].物探 与化探,2002,26(5):403-406.

THE NUMERICAL SIMULATION AND MIGRATION IMAGING OF GROUND-PENETRATING RADAR BASED ON THE SPLIT-STEP FOURIER METHOD

ZHANG Ming-cai¹, XIONG Zhang-qiang², ZHANG Da-zhou²

(1. Institute of Geophysical Exploration, Hydro-China Xibei Engineering Corporation, Xi'an 710043, China; 2. School of Geosciences and Info-Physics, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: Based on the basic theory of the electromagnetic field, the authors deduced the wave field extrapolation formula of electric field component in horizontally stratified media. By analyzing the results of numerical simulating and migration imaging using the split-step Fourier method with designed reinforced distribution model and lining thickness model, the authors have reached some conclusions. The split-step Fourier method not only can realize the numerical simulation and migration imaging of two-dimensional non-uniform media, but also has advantages of easy programming and small amounts of calculation. Project real data have tested and verified the effectiveness and practicality of migration imaging using the split-step Fourier method.

Key words: ground-penetrating radar; split-step Fourier method; numerical simulation; migration imaging

作者简介:张明财(1986-),男,甘肃古浪人,硕士研究生,工程师,从事地球物理勘探和数字信号处理方法研究。