doi: 10.11720/wtyht.2022.1286

张莹莹.带约束的多辐射场源半航空瞬变电磁一维自适应正则化反演方法[J].物探与化探,2022,46(2):424-432.http://doi.org/10.11720/ wtyht.2022.1286

Zhang Y Y. A constrained and adaptive regularized 1D inversion method of multi-source semi-airborne transient electromagnetics [J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2022, 46(2):424-432. http://doi.org/10.11720/wtyht.2022.1286

# 带约束的多辐射场源半航空瞬变电磁一维 自适应正则化反演方法

# 张莹莹

(新疆大学地质与矿业工程学院,新疆乌鲁木齐 830047)

摘要:基于多辐射场源半航空瞬变电磁法,研究了一种带约束的适用于垂直分量的一维自适应正则化反演算法。 该算法在 Occam 反演的基础上,采用 CMD 自适应调节方案改进了拉格朗日乘子的处理方式,利用自然边界条件和 模型修正量可行下降方向法对反演过程进行约束,在提高反演过程计算效率的同时,保证反演结果的稳定性和可 靠性。层状模型试算结果表明,该算法可以通过较少的迭代次数和计算时间获得较好的反演结果,HK 型模型的反 演结果证实该算法对层数更多的复杂地电构造仍具有较好的适应性和有效性;含噪数据的反演结果表明即使包含 噪声,不超过 10 次迭代即可获得满意的结果,反演算法具有较好的稳定收敛性,验证了该算法进行多辐射场源半 航空瞬变电磁资料解释的可行性和有效性。

关键词:多辐射场源;半航空瞬变电磁法;自适应;正则化;一维反演

中图分类号: P631 文献标识码: A 文章编号: 1000-8918(2022)02-0424-09

# 0 引言

半航空瞬变电磁法(semi-airborne transient electromagnetic method, semi-airborne TEM),也称为地 空瞬变电磁法,采用地面发射、空中接收的工作方 式,兼具地面发射功率强、勘探深度大和空中接收面 积测量、工作效率高的双重优点,目前已在地热调 查、火山结构调查、地下巷道调查、地下水盐渍化及 地下水监测、采空区探测、隧道勘察、古河道结构探 测等领域得到成功应用<sup>[1-11]</sup>。半航空 TEM 的快速 发展集中在近十年,目前对半航空 TEM 的研究仍处 在初步阶段,数据处理和解释大都仍基于一维解释 方法<sup>[12]</sup>,研究内容主要集中在视电阻率求解、快速 成像方面,如:阳贵红分析了接收高度对电磁响应的 影响并设计了求解全区视电阻率的算法<sup>[13]</sup>;嵇艳鞠 等基于三层 BP 神经网络和 Levenberg-Marquardt 算 法实现了电性源半航空 TEM 神经网络视电阻率反 演[14]:张莹莹等对多分量磁场响应和磁场的时间导 数响应进行分析并基于反函数原理实现了多分量的 全域视电阻率定义<sup>[15]</sup>:吴启龙研究了半航空 TEM 视电阻率成像,并将该算法应用于复杂地形地区隧 道勘察<sup>[10]</sup>:李貅、张莹莹等基于瞬变电磁拟地震成 像技术提出了地空瞬变电磁法逆合成孔径成像,并 基于浮动薄板原理研究了地空 TEM 快速成像算 法[16-17];吕仁斌利用查询表方式求解视电阻率,并 结合视深度公式研究了电导率深度成像[18]:王仕兴 等基于分段二分搜索算法建立起电导—电磁响应数 据库,实现半航空 TEM 电导率深度快速成像<sup>[19]</sup>。 这类研究的特点是计算速度快,不依赖初始模型,但 其解释结果大都很难提供与层厚相关的信息. 且精 度普遍较低,因此,诸如视电阻率计算和快速成像方 法多用作定性分析。在一维反演方面,已有部分国 内外学者做了相关工作,如:张澎等引入并行技术实 现了最平缓模型约束条件下的半航空时间域电磁数 据自适应正则化反演算法<sup>[20]</sup>;Abdallah 等将频率域

#### 收稿日期: 2021-05-18; 修回日期: 2021-10-19

基金项目:新疆维吾尔自治区自然科学基金项目(2017D01C064);天池博士计划项目

作者简介:张莹莹(1989-),女,讲师,硕士生导师,主要从事瞬变电磁场的理论和应用方面的研究工作。Email:zhangyy19890423@163.com

电磁反演方法用于 GREATEM 的时间域数据,该法 适用于对电阻率横向变化大的数据进行反演[21]:赵 涵等以 Occam 反演理论为基础研究了多辐射场源 地空瞬变电磁一维反演算法[22]:杨聪等结合自适 应正则化反演方法和阻尼最小二乘反演方法提出 自适应正则化--阻尼最小二乘反演算法,该法可 在一定程度上提高半航空 TEM 对高阻的分辨率. 提高反演精度[23]。目前已经发表的一维反演方面 的研究成果大都基于单个辐射源,实际上半航空 TEM 的辐射源可以是单一的,也可以是多个,磁性 源也可视作多个辐射场源的叠加。多辐射场源能 够减少单个辐射源体积效应的影响,在地下多方 位激发地质体,获得多方位耦合信息,可通过调整 电性源的位置或电流方向,有针对性地加强某一 分量的采集信号强度,削弱随机噪声,提高半航空 TEM 对异常体的分辨能力<sup>[15,24]</sup>。在地形复杂地 区,半航空 TEM 具有重要优势,若再结合多辐射场 源技术,对于实现高分辨率深部探测具有重要意 义。与航空电磁法类似,半航空 TEM 同样面临数 据量大、数据信噪比低等问题,可以借鉴航空电磁 资料反演中综合各种先验约束信息并辅以适当的 最优化的正则化反演方法,降低反演多解性,实现 半航空 TEM 数据稳定快速的一维反演<sup>[25]</sup>。

本文结合半航空 TEM 的研究现状和具体特 点,以多辐射场源半航空 TEM 为例,实现了垂直分 量带约束的自适应 Occam 反演算法,在 Occam 反 演的基础上<sup>[26]</sup>,采用陈小斌等提出的 CMD 自适应 调节方案改进了拉格朗日乘子的处理方式<sup>[27]</sup>,省 去传统 Occam 反演中搜索拉格朗日乘子的大量计 算过程,并利用自然边界条件和模型修正量可行 下降方向法对反演过程进行约束,减少反演过程 的计算量,保证反演过程的稳定性和计算效率。 典型层状地电模型反演结果表明,该法可以通过 较少的迭代次数获得可靠的、抗干扰能力强的反 演结果,为实现多辐射场源半航空 TEM 数据稳定 快速一维反演打下理论基础。

# 1 多辐射场源 TEM 一维正演方法

建立如图 1 所示的地表电偶极子层状地电模型,每层的参数由电阻率值ρ<sub>i</sub>和层厚h<sub>i</sub>确定,电流 谐变因子为 e<sup>-iωt</sup>,x 轴正方向与发射源电流方向一 致,z 轴指向下,整个坐标系满足右手坐标系准则, 坐标原点 O 位于电偶极子中心,M 是空中任一测 点,离地高度z,M 在地表的投影为P,P 与O 之间为 偏移距  $r, \overrightarrow{OP}$ 与 x 轴正方向的夹角为  $\varphi$ ,则层状大地 地表电偶极子在空中产生的电矢量位为<sup>[28]</sup>

$$\boldsymbol{A}_{z0} = \frac{\boldsymbol{P}_{E}}{4\pi} \cos \varphi \int_{0}^{\infty} \frac{2\lambda}{\lambda + u_{1}/R_{1}} \mathrm{e}^{\lambda z} \boldsymbol{J}_{1}(\lambda r) \,\mathrm{d}\lambda \quad (1)$$

根据电矢量位与磁感应强度的对应关系:

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{\mu}_0 \, \boldsymbol{\nabla} \, \times \boldsymbol{A} \quad , \tag{2}$$

可得层状大地地表电偶极子在空中产生的频率域垂 直分量磁感应强度表达式:

$$B_{z}(\omega) = \frac{P_{E}}{4\pi} \mu_{0} \sin \varphi \int_{0}^{\infty} \frac{\lambda^{2}}{\lambda + u_{1}/R_{1}} e^{\lambda z} \boldsymbol{J}_{1}(\lambda r) d\lambda \quad ; \qquad (3)$$

$$R_{1} = \operatorname{cth}\left[u_{1}h_{1} + \operatorname{arcth}\frac{u_{1}}{u_{2}}\operatorname{cth}\left(u_{2}h_{2} + \cdots + \operatorname{arcth}\frac{u_{n-1}}{u_{n}}\right)\right]$$

$$(4)$$

式中: $u_i = \sqrt{\lambda^2 + k_i^2}$ , $k_i^2 = -i\omega\mu\sigma_i - \omega^2\mu\varepsilon$ ;当低频电磁波 在导电介质中传播时,可忽略位移电流,则 $k_i^2 = -i\omega\mu\sigma$ , $\omega$ 为角频率, $\mu$ 为介质的磁导率,一般取真空 中的磁导率 $\mu_0$ , $\sigma_i$ 是第*i* 层地层的电导率; $P_{\varepsilon} = Ids$ ,*I* 表示电偶极子电流大小,ds表示电偶极子长度;*J* 为 雅克比矩阵。





考虑到实际工作中使用的发射源可能长达数千 米,在近区和过渡区,场源不能被看作电偶极子,本 文采用剖分叠加、有限求和的方式,将发射源剖分成 多段电偶极子,然后将每一段电偶极子产生的频率 域磁场叠加在一起近似计算总场源的频率域响应。 对于每一段剖分的电偶极子,z 轴始终指向下,选定 一个电性源所在的坐标系作为标准坐标系(如图 2 中的发射源 1),可得层状大地多辐射场源在空中产 生的频率域垂直分量磁感应强度表达式<sup>[28]</sup>:

$$B_{z}(\omega) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m_{i}} \frac{\boldsymbol{P}_{Eij}}{2\pi} \mu_{0} \sin \varphi_{ij} \cdot \int_{0}^{\infty} \frac{\lambda^{2}}{\lambda + u_{1}/R_{1}} e^{\lambda z} J_{1}(\lambda r_{ij}) d\lambda_{\circ} \quad (5)$$

式中: $P_{Eij} = I_i ds_{ij}$ , $I_i$  表示第 i 个电性源的供电电流,  $ds_{ij}$ 表示第 i 个电性源剖分的第 j 个电偶极子的长 度; $\varphi_{ij}$ 和  $r_{ij}$ 分别表示测点 M 在地表的投影 P 与第 i个电性源剖分的第 j 个电偶极子的夹角和对应的 偏移距;n 为电性源总个; $m_i$  为第 i 个电性源的剖 分段数。



图 2 多辐射场源剖分示意

#### Fig.2 Coordinate sketch of multi-source subdivision

当采用阶跃电流作为发射波形时,时间域响应 可以由频率域响应通过正弦变换得到:

$$\frac{\partial B_z(t)}{\partial t} = -\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \mathrm{Im} B_z(\omega) \sin(\omega t) \,\mathrm{d}\omega \quad (6)$$

### 2 多辐射场源瞬变电磁一维反演方法

#### 2.1 Occam 反演方法

Occam 反演是一种改进的带平滑约束的最小二 乘反演方法,在反演时要求实测数据与模型数据的 拟合误差在一定条件下达到极小,同时也要求反演 模型的粗糙度达到极小,反演的目标函数为<sup>[26]</sup>:

$$U = R + \mu^{-1} \{ \| Wd - WF[m] \|^{2} - X_{*}^{2} \}$$
(7)

式中: $\mu^{-1}$ 是拉格朗日乘子,也叫正则化因子; W 是数据加权矩阵, W = diag {  $1/\sigma_1$ ,  $1/\sigma_2$ , ...,  $1/\sigma_j$ , ...,  $1/\sigma_m$  };  $\sigma_j$  是第 j 个数据的标准差; d 是实测数据向量; F 是多辐射场源地空瞬变电磁一维正演算子; m 是反演模型参数向量;  $X^2_*$  是反演要求达到的拟合误差; R 是反演模型粗糙度函数,矩阵形式为

$$R = \| \partial m \|^{2}; \qquad (8)$$
其中  $\partial$  为粗糙度矩阵,形式如下:

$$\boldsymbol{\partial} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & & \vdots \\ 0 & -1 & 1 & & & \\ \vdots & & & & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$
 (9)

在初始模型  $m_1$  附近作线性化,将非线性问题 转为线性,则:

$$\boldsymbol{F}[\boldsymbol{m}_1 + \boldsymbol{\Delta}] = \boldsymbol{F}[\boldsymbol{m}_1] + \boldsymbol{J}_1 \boldsymbol{\Delta}_{\circ} \qquad (10)$$

式中: $\Delta$  是模型修正量; $m_1$  是反演一次迭代的解; $J_1$  是初始模型的偏导数矩阵,即雅克比矩阵,其元素

$$J_{ij} = \partial F_i[m] / \partial m_j, \qquad (11)$$
  
人式(5),令 $\nabla \cdot U = 0$ ,可得 Occam 反演迭代公式  
$$m_{i,j} = \{\mu \partial^T \partial + (WJ[m_i])^T WJ[m_i]\}^{-1} \cdot$$

$$\{ \boldsymbol{W} \boldsymbol{J} [\boldsymbol{m}_k] \}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{W} \boldsymbol{d}_k, \qquad (12)$$

其中:

代

$$\boldsymbol{d}_{k} = \boldsymbol{d} - F[\boldsymbol{m}_{k}] + \boldsymbol{J}[\boldsymbol{m}_{k}]\boldsymbol{m}_{k} \circ \qquad (13)$$

反演拟合误差为实测数据和响应数据的全域视电阻 率均方根相对误差:

$$E_{rr} = \sqrt{\frac{1}{N_d} \sum_{i=1}^{Nd} \left[ \frac{\rho_{\tau d_i} - \rho_{\tau F_i(M)}}{\rho_{\tau d_i}} \right]^2} \quad (14)$$

反演终止标准为上述均方根相对误差小于给定值。

#### 2.2 拉格朗日乘子调节方案

根据式(7),拉格朗日乘子的大小决定了反演 的主要拟合对象。在反演中,反演效率、反演矩阵的 病态程度和反演模型收敛性都与拉格朗日乘子有 关。经典的求取最佳拉格朗日乘子的方法是一维线 性搜索,但该法每次迭代需要多次正演和求解反演 方程,导致计算量很大;且每次迭代可能存在多个 解,选取不当可能导致反演不收敛。本文采用陈小 斌等提出的 CMD 自适应调节方案<sup>[27]</sup>,该方案在满 足总目标函数极小的同时,还能近似满足数据目标 函数极小和模型约束目标函数极小的条件:

$$\boldsymbol{\mu}_{k+1} = \frac{\parallel \boldsymbol{\partial}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\partial} \boldsymbol{m}_{k} \parallel^{2}}{\parallel \boldsymbol{\partial}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\partial} \boldsymbol{m}_{k} \parallel^{2} + \parallel \boldsymbol{W}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{W} \Delta \boldsymbol{d}_{k} \parallel^{2}}, \quad (15)$$

式中 Δ*d<sub>k</sub>* 是第 *k* 次实测数据与模型数据的残差。该 方案不需要额外的正演计算,调解方案简单,可以有 效减少计算量。

#### 2.3 可行下降方向法约束

反演方程式(12)求解的是一个数学问题,为了 尽量减少多解性的影响,引入可行下降方向法<sup>[29]</sup>。 但反演过程中每次迭代的结果并不总是满足自然规 律,可能是极大值、极小值或负数,这与实际地质情 况显然不符。为此,设定  $m_{\rm T}$ 和  $m_{\rm L}$ 分别为  $m_k$ 的下 界和上界,即可行域,对每一次迭代的结果  $m_k$ 进行 约束,判断每一层反演的电阻率是否超出给定的下 界 $m_{\Gamma}$ 和上界 $m_{\perp}$ ,文中取 $m_{\Gamma}$ =0.1 $\Omega$ ・m, $m_{\perp}$ = 1000 $\Omega$ ・m。若超出可行域,即不满足自然边界条 件,给出如下可行下降方向法:

 对于可行域内的 *m<sub>k</sub>*,利用式(13)求出 *m<sub>k+1</sub>*, 计算出模型修正量 Δ*m<sub>k</sub>*=*m<sub>k+1</sub>-<i>m<sub>k</sub>*。

$$p = \begin{cases} (m_{\perp} - m_k) / \Delta m_k, & (\Delta m_k > \varepsilon) \\ 0, & (-\varepsilon \le \Delta m_k \le \varepsilon) \\ (m_{\top} - m_k) / \Delta m_k, & (\Delta m_k < -\varepsilon) \end{cases}$$
(16)

其中 ε 为给定的小正数。

3) 令

2) 今

$$\boldsymbol{m}_{k+1} = \begin{cases} \boldsymbol{m}_k + \Delta \boldsymbol{m}_k, & (p \ge 1) \\ \boldsymbol{m}_k + p \Delta \boldsymbol{m}_k, & (p < 1) \end{cases}$$
(17)

这样求得的*m<sub>k+1</sub>*必在可行域内。反演要达到更高的 精度,要求相应足够小的步长才有可能收敛,否则, 在接近极小点附近时,模型修正量大,可能使反演结 果快速陷入局部极小,导致迭代在不能满足精度要 求后进入发散轨迹。在此建议模型修正量的最大值 在 50 Ω · m 以内。

#### 2.4 雅可比矩阵优化

由式(12)可知反演迭代的主要工作量在于雅 克比矩阵的计算,若使用传统的差分方法计算雅克 比矩阵的矩阵元,若有 N 个反演参数就必须进行 N 次正演,相应的反演时间基本上就是正演耗时的 N+ 1 倍。瞬变电磁测深 Occam 反演的地层参数包括几 何参数和电参数,一般同时待反演的参数能达到几 十个,这就导致雅克比矩阵的计算量很大,因此研究 雅克比矩阵的快速算法对于瞬变电磁资料反演具有 重要意义。在此,借鉴文献[30]中的方法对灵敏度 矩阵进行更新,减少雅可比矩阵的计算量;

$$\boldsymbol{J}_{k+1} = \boldsymbol{J}_{k} + (\Delta \boldsymbol{d}_{k} - \boldsymbol{J}_{k} \Delta \boldsymbol{m}_{k}) \frac{\Delta \boldsymbol{m}_{k}^{\mathrm{T}}}{\Delta \boldsymbol{m}_{k}^{\mathrm{T}} \Delta \boldsymbol{m}_{k}} \circ (18)$$

# 3 层状模型算例

为检验上述反演算法的可靠性,对层状模型的 一维正演数据进行反演。多辐射场源采用与电流方 向相反的平行源,装置布置示意见图 3,电性源长度 均为 200 m,间隔 200 m,发射电流为阶跃脉冲,电流 大小 10 A,电流方向如图中箭头所示,在 off-time 取 了 20 个时间道电磁响应作为反演数据,接收线圈接 收面积 1 m<sup>2</sup>, 匝数 1, 飞行高度 100 m,以坐标原点 *0* (0,0)为例进行分析。反演过程中,设置最大迭代 次数 20 次,反演地层 30 层,首层厚度为 5 m,层厚按 对数等间隔进行离散,反演的初始模型均为电阻率 100 Ω · m 的均匀半空间。



#### 图 3 平行源装置布置

#### Fig.3 Arrangement diagram of parallel source device

#### 3.1 三层模型

选择三层模型中典型的 H 和 K 型地电模型进 行反演试算, H 型模型各层电阻率分别为 100、10、 100 Ω · m, 层厚为 200、100 m; K 型模型各层电阻率 分别为 100、1000、100 Ω · m, 层厚为 200、100 m。 图 4 所示是 H 型模型反演结果, 图中显示随着反演迭 代次数增加, 拉格朗日乘子和拟合误差快速下降, 反 演算法快速稳定收敛, 反演结果逐渐逼近真实模型, 最终反演得出的各地层的深度和电阻率均与真实模 型吻合较好。通过 10 次反演迭代, 拟合均方根相对 误差降至约 1%, 已能获得较为理想的反演结果。

图 5 所示是 K 型模型反演结果。图中显示随着反演迭代次数的增加,拉格朗日乘子、拟合误差、 反演结果均表现出与 H 型模型相似的变化趋势,反 演结果基本能反映出真实模型的特征。所不同的 是,由于浅部低阻层的屏蔽作用,最终反演结果中间 高阻层的电阻率值无法反演出真实模型的电阻率 值,这也与瞬变电磁法对高阻层不够灵敏的特点相 吻合。

#### 3.2 四层模型

设计了更为复杂的四层 HK 模型对反演算法进 行验证。HK 型模型各层电阻率分别为 200、50、 300、100 Ω · m,层厚为 100、100 m。随着反演 迭代次数的增加,拉格朗日乘子、拟合误差、反演结 果表现出与 H 型和 K 型模型相似的变化趋势,反演 过程快速稳定,最终能够得到与真实模型特征吻合 的反演结果。图 6显示,本方法对第二层(低阻层) 的反演效果很好,与真实模型很接近,但对高阻层没 有准确反演出真电阻率值;随着迭代次数增加,拉格 朗日乘子逐渐减小,数据拟合误差逐渐减小,最后趋 近于0.4%,经过 10 次迭代,本文算法已经可以获得



图 6 HK 型模型反演结果

Fig.6 Inversion results of HK model

较好的反演结果。

4 含噪数据算例

在野外实际工作中,由于各种噪声源掺杂,半航 空瞬变电磁测量的数据包含各种噪声,如随机噪声 和相关噪声。为了评价噪声对上述反演算法的影响,按文献[25]的方法对一维正演所得的瞬变电磁响应添加高斯噪声模拟含噪数据进行一维反演,*t*时刻一维正演瞬变响应数据中加入如下所示高斯随机噪声:

$$\sigma_{\text{noise}} = c_{\text{noise}} V_{N_d} \sqrt{t_{N_d}/t} \quad , \tag{19}$$

式中: $c_{noise}$ 为常数,表示噪声大小; $t_{N_d}$ 和 $V_{N_d}$ 分别表示 最后一个(第 $N_d$ 个)延时及该时刻的理论瞬变响应 值。这种噪声表现为晚期信号信噪比低的特征,与 实际情况相符。

#### 4.1 三层模型

采用前文中的 H 和 K 型三层模型,按式(19) 在模型正演响应中加入 c<sub>noise</sub> = 0.3 的高斯随机噪 声,利用本文提出的方法对地下电阻率进行反演。 初始模型为 100 Ω · m 的均匀半空间,设置反演地 层 30 层,首层厚度为 5 m,层厚按对数等间隔进行 离散。图 7 展示了反演结果、拟合误差和拉格朗 日乘子随迭代次数的变化情况。由图可见,在迭 代 8 次后,拟合均方根相对误差已快速降至约 4%,拉格朗日乘子也持续减小,随着迭代次数继续 增加, 拟合均方根相对误差和拉格朗日乘子减小 趋势变缓,并趋于稳定。对比图 4a 和图 7a 可见, 中间低阻层反演效果较好, 层界面的位置较为清 楚, 噪声对反演结果的影响主要体现在深部, 即模 型深度大于 400 m 的位置, 这一段的反演结果与添 加的噪声特征相吻合。

图 8 所示为添加 c<sub>noise</sub> = 0.3 高斯噪声的 K 型模型反演结果,由于电磁场对高阻的不敏感性,对中间高阻层的反演结果一般,不能准确刻画高阻层电阻率值。随着迭代次数的增加,拉格朗日乘子逐渐降低,但受噪声影响,拟合均方根相对误差在迭代 8 次时就逐渐趋于稳定。对比图 5a 和图 8a 可见,噪声对该模型反演结果的影响同样主要体现在深部,对应模型深度大于 500 m 的反演结果。





Fig.7 Inversion results of H model with  $c_{\text{noise}} = 0.3$  Gaussian noise







#### 4.2 四层模型

为了分析噪声强弱对反演结果的影响,采用前 文中的 HK 型四层模型,在一维正演瞬变响应中分 别加入 c<sub>noise</sub> = 0.1、0.3 的高斯随机噪声,利用本文提 出的方法对地下电阻率进行反演。图 9 所示为含 c<sub>noise</sub>=0.1 高斯噪声的反演结果。对比图 6a 和图 9a 可以看出,由于噪声信号强度较弱,含噪与不含噪数 据的反演结果差别不大,能够较好地刻画出地下电 阻率变化趋势,对于浅部低阻层反演效果较好,层界 面位置也较为清楚,但是对于较深的高阻层反演效 果一般,没有准确反演出真电阻率值,仅反映出在相 应层位存在高阻层,深部地层电阻率反演结果与模 型真电阻率吻合很好。

图 10 所示为含 c<sub>noise</sub> = 0.3 高斯噪声的反演结果,由图可见,拟合误差和拉格朗日乘子随着迭代次数逐渐下降,在8次迭代后,拟合均方根相对误差就

逐渐趋于稳定。与图 9a 不同的是,由于噪声信号强 度较大,虽然能够刻画出地下电阻率变化趋势,但深 部地层电阻率反演结果与模型电真阻率差别较大。 对比图 9b 和图 10b 可以看出,噪声信号强度会影响 拟合均方根相对误差,噪声信号越强,最终的拟合误 差越大。



图 9 c<sub>noise</sub> = 0.1 高斯随机噪声 HK 型模型反演结果







Fig.10 Inversion results of HK model with  $c_{\text{noise}} = 0.3$  Gaussian noise

# 5 结论

本文基于垂直分量研究了带约束的多辐射场源 地空瞬变电磁一维自适应正则化反演方法,并将其 分别应用于含噪和不含噪一维层状模型数据的反 演,得出如下结论。

1)该算法基于 Occam 反演,采用 CMD 自适应 拉格朗日乘子调节方案改进拉格朗日乘子的处理方 式,并利用自然边界条件和模型修正量可行下降方 向法对反演过程进行约束,减少反演过程的计算量, 提高反演效率,计算速度快,收敛稳定,经过 10 次左 右的迭代,已能获得较为理想的反演结果。 2) 层状模型反演结果表明该算法可以获得光 滑稳定的反演结果,对于典型的 H、K 型三层模型和 HK 型四层模型均能获得较好的反演结果,该算法对 于复杂地电构造仍具有较好的适应性和有效性;受低 阻层屏蔽作用和对高阻体不灵敏的影响,该算法对高 阻层的反演仅能获得下部地层的平均电阻率值。

3)噪声信号大小会影响反演结果,噪声越大, 对反演结果的影响越大,由于本文添加的高斯随机 噪声表现为晚期数据信噪比低,噪声对反演结果的 影响主要体现在深部地层电阻率反演结果上;噪声 同样会影响拟合均方根相对误差,噪声越大,最终的 拟合误差越大。

#### 参考文献(References):

- Nabighian N M. Electromagnetic methods in applied geophysicstheory (Volume 1 ) [M]. Tulsa OK: Society of Exploration, 1988.
- [2] Mogi T, Kusunoki K, Kaieda H, et al. Grounded electrical-source airborne transient electromagnetic (GREATEM) survey of mount Bandai, north-eastern Japan [J]. Exploration Geophysics, 2009, 40: 1-7.
- [3] Allah S A, Ito H, Mogi T, et al. Three-dimensional resistivity characterization of a coastal area: Application of grounded elec trical-source airborne transient electromagnetic (GREATEM) survey data from Kujukuri beach, Japan [J]. Journal of Applied Geophysics, 2013, 99(3): 1-11.
- [4] Ito H, Mogi T, Jomori A, et al. Further investigation of underground resistivity structures in coastal areas using grounded-source airborne electromagnetics [J]. Earth Planets & Space, 2011, 63 (8): 9-12.
- [5] Ito H, Kaieda H, Mogi T, et al. Grounded electrical-source airborne transient electromagnetics (GREATEM) survey of Aso volcano, Japan [J]. Exploration Geophysics, 2013, 44: A - D.
- [6] 嵇艳鞠,王远,徐江,等.无人飞艇长导线源时域地空电磁勘探 系统及其应用[J].地球物理学报,2013,56(11):3640-3650. Ji Y J, Wang Y, Xu J, et al. Development and application of the grounded long wire source airborne electromagnetic exploration system based on unmanned airship [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2013, 56(11): 3640-3650.
- [7] 李肃义,林君,阳贵红,等.电性源时域地空电磁数据小波去噪方法研究[J].地球物理学报,2013,56(9):3145-3152.
  Li S Y, Lin J, Yang G H, et al. Ground-airborne electromagnetic signals de-noising using a combined wavelet transform algorithm [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2013, 56(9): 3145-3152.
- [8] 方涛,张建军,付成群,等.无人机地空瞬变电磁系统在冶山地 下巷道探测中的应用[J].地球物理学进展,2015,30(5):2366 -2372.

Fang T, Zhang J J, Fu C Q, et al. Using ground-airborne transient electromagnetic system on unmanned aerial vehicle detecting Yeshan underground tunnels [J]. Progress in Geophysics, 2015, 30 (5): 2366 – 2372.

[9] 刘金鹏.电性源地空瞬变电磁法在采空区探测中的应用[D]. 西安:长安大学,2018.

Liu J P. The application of ground-airborne transient electromagnetic method with electric source in the gobs detection [D]. Xi'an: Chang'an University, 2018.

[10] 吴启龙.半航空瞬变电磁视电阻率成像及在复杂地形区域隧道 勘察中的应用[D].济南:山东大学,2019.

Wu Q L. Semi-airborne transient electromagnetic apparent resistivity imaging and its application in tunnel survey in complex terrain areas [D]. Jinan: Shandong University, 2019.

[11] 谢小国,魏良帅,王绪本,等.半航空瞬变电磁法在古河道结构 探测中的应用[J].地球物理学进展,2021,36(4):1734-1742.
Xie X G, Wei L S, Wang X B, et al. Application of semi-airborne TEM to structure exploration in the old channels [J]. Progress in Geophysics, 2021, 36(4): 1734-1742.

- [12] 张莹莹,李貅.地空瞬变电磁法研究进展[J].地球物理学进展, 2017,32(4):1735-1741.
  Zhang Y Y, Li X. Research progress on ground-airborne transient electromagnetic method [J]. Progress in Geophysics, 2017, 32 (4): 1735-1741.
- [13] 阳贵红.时域电性源地—空电磁探测数据预处理研究[D].长春:吉林大学,2012.

Yang G H. Data Preprocessing research on electrical-source of time domain ground-airborne electromagnetic [D]. Changchun: Jilin University, 2012.

- [14] 嵇艳鞠,徐江,吴琼,等.基于神经网络电性源半航空视电阻率 反演研究[J].电波科学学报,2014,29(5):973-980.
  Ji Y J, Xu J, Wu Q, et al. Apparent resistivity inversion of electrical source semi-airborne electromagnetic data based on neutral network [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2014, 29(5): 973-980.
- [15] 张莹莹,李貅,姚伟华,等.多辐射场源地空瞬变电磁法多分量
   全域视电阻率定义[J].地球物理学报,2015,58(8):2745-2758.

Zhang Y Y, Li X, Yao W H, et al. Multi-component full field apparent resistivity definition of multi-source ground-airborne transient electromagnetic method with galvanic sources [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2015, 58(8): 2745 – 2758.

- [16] 李貅,张莹莹,卢绪山,等.电性源瞬变电磁地空逆合成孔径成像[J].地球物理学报,2015,58(1):277-288.
  Li X, Zhang Y Y, Lu X S, et al. Inverse synthetic aperture imaging of ground-airborne transient electromagnetic method with a galvanic source [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2015, 58 (1): 277-288.
- [17] 张莹莹,李貅,李佳,等.多辐射场源地空瞬变电磁法快速成像 方法研究[J].地球物理学进展,2016,31(2):869-876.
  Zhang Y Y, Li X, Li J, et al. Fast imaging technique of multisource ground-airborne transient electromagnetic method [J]. Progress in Geophysics, 2016, 31(2): 869-876.
- [18] 吕仁斌.半航空瞬变电磁数据处理及快速成像方法研究[D].
   成都:成都理工大学,2017.
   Lyu R B. Research on rapid simulation and data processing of

semi-aerial transient electromagnetic [D]. Chengdu: Chengdu U-niversity of Technology, 2017.

- [19] 王仕兴,易国财,王绪本,等.基于分段二分搜索算法的半航空 瞬变电磁电导率深度快速成像方法研究[J].地球物理学进展,2021,36(3):1317-1324.
  Wang S X, Yi G C, Wang X B, et al. Research on the semi-airborne transient electromagnetic conductivity depth rapid imaging method based on segmented binary search algorithm [J]. Progress in Geophysics, 2021, 36(3): 1317-1324.
- [20] 张澎,余小东,许洋,等.半航空时间域电磁数据一维自适应正则化反演物[J].物探化探计算技术,2017,39(1):1-8.
  Zhang P, Xu X D, Xu Y, et al. An adaptive regularized inversion of 1D semi-airborne time-domain electromagnetic data [J]. Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration, 2017, 39(1):1-8.
- [21] Abdallah S, Mogi T, Kim H J. Three-dimensional inversion of GREATEM data: Application to GREATEM survey data from Ku-

- [22] 赵涵,景旭,李貅,等.多辐射场源地空瞬变电磁一维反演方法研究[J].物探与化探,2019,43(1):132-142.
   Zhao H, Jing X, Li X, et al. A study of 1D inversion of multi-source ground-airborne transient electromagnetic method [J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2019, 43(1): 132-142.
- [23] 杨聪,毛立峰,毛鑫鑫,等.半航空瞬变电磁自适应正则化-阻尼 最小二乘算法研究[J].地质与勘探,2020,56(1):137-146. Yang C, Mao L F, Mao X X, et al. Study on the semi-aerospace transient electromagnetic adaptive regularization-damped least squares algorithm [J]. Geology and Exploration, 2020, 56(1): 137-146.
- [24] 李貅,胡伟明,薛国强.多辐射源地空瞬变电磁响应三维数值模 拟研究[J].地球物理学报,2021,64(2):716-723.
  Li X, Hu W M, Xue G Q. 3D modeling of multi-radiation source comination control in the second sec

semi-airborne transient electromagnetic response [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2021, 64(2): 716-723.

[25] 毛立峰,王绪本,陈斌.直升机航空瞬变电磁自适应正则化一维 反演方法研究[J].地球物理学进展,2011,26(1):300-305.
Mao L F, Wang X B, Chen B. Study on adaptive regularized 1D method of helicopter TEM data [J]. Progress in Geophysics, 2011, 26(1): 300-305.

- [26] Constable S C, Parker R L, Constable C G. Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data [J]. Geophysics, 1987, 52(3): 289-300.
- [27] 陈小斌,赵国泽,汤吉,等.大地电磁自适应正则化反演算法
  [J].地球物理学报,2005,48(4):937-946.
  Chen X B, Zhao G Z, Tang J, et al. An adaptive regularized inversion algorithm for magnetotelluric data [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2005, 48(4): 937-946.
- [28] 张莹莹.地空瞬变电磁逆合成孔径成像方法研究[D].西安:长 安大学,2016.
   Zhang Y Y. Study on inverse synthetic aperture imaging of groundairborne transient electromagnetic method [D]. Xi'an: Chang'an University, 2016.
- [29] 方文藻,李予国,李貅.瞬变电磁测深法原理[M].西安:西北工 业大学出版社,1993.
   Fang W Z, Li Y G, Li X. Theory of transient electromagnetic

sounding [ M ]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 1993.

[30] 姚伟华.大回线源瞬变电磁一维自适应反演方法及应用[J].物 探与化探,2019,43(3):584-588.
Yao W H. The one-dimensional adaptive inversion method for large loop source TEM and its application [J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2019, 43(3): 584-588.

# A constrained and adaptive regularized 1D inversion method of multi-source semi-airborne transient electromagnetics

#### ZHANG Ying-Ying

(School of Geological and Mining Engineering, Xinjiang University, Urumqi 830047, China)

**Abstract**: This study proposed a constrained and adaptive regularized 1D scheme for the vertical component inversion of semi-airborne transient electromagnetics. Based on the Occam inversion, the CMD adaptive regulation scheme was used to calculate the Lagrange multiplier. Meanwhile, the feasible descent direction method with natural boundary conditions and model correction was introduced to constrain the inversion process. This combined algorithm can both improve the computational efficiency of the inversion process and guarantee the stability and reliability of inversion results. The results of layered models show that this algorithm can obtain ideal inversion results with a short iteration and computation time. Owing to the shielding effect of conductive layers and the insensitivity to resistive layers of transient electromagnetics, the inversion results of the HK model can only get the average resistivity of underlying layers. The results of the HK model verify the adaptability and effectiveness of this algorithm proposed in this study for complex geoelectric structures. A satisfactory inversion result was achieved from noise-included signals through no more than ten iterations. This algorithm exhibited good stability and convergence in numerical simulation, thus verifying that it is a feasible and effective method for interpretations of multi-source semi-airborne transient electromagnetic data.

Key words: multi-source; semi-airborne transient electromagnetic method; adaptive; regularization; 1D inversion

(本文编辑:沈效群)