

doi: 10.11720/wtyht.2022.1468

石泽玉, 张志厚, 刘鹏飞, 等. 重力及其梯度异常正演的 Moving-footprint 大尺度模型分解方法[J]. 物探与化探, 2022, 46(3): 576-584. <http://doi.org/10.11720/wtyht.2022.1468>

Shi Z Y, Zhang Z H, Liu P F, et al. Moving-footprint-based large-scale model decomposition method for forward modeling of gravity and gravity gradient anomalies[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2022, 46(3): 576-584. <http://doi.org/10.11720/wtyht.2022.1468>

# 重力及其梯度异常正演的 Moving-footprint 大尺度模型分解方法

石泽玉<sup>1</sup>, 张志厚<sup>1,2</sup>, 刘鹏飞<sup>1</sup>, 范祥泰<sup>1</sup>

(1. 西南交通大学 地球科学与环境工程学院, 四川 成都 611756; 2. 西南交通大学 高速铁路线路工程教育部重点实验室, 四川 成都 610031)

**摘要:** 重力及其梯度异常正演计算效率决定了反演的可行性, 也是高效构建足量、多样深度学习样本数据的基础。为了进一步提高重力及其梯度异常正演的计算速度, 受航空电磁领域“Moving-footprint”快速正演技术的启发, 本文在基于网格点几何格架函数空间域快速正演的基础上, 提出了一种“Moving-footprint”大尺度模型分解的重力及其梯度异常正演计算方法。此方法在地下半空间内选择观测点正下方一定有效范围的子空间, 该观测点异常近似为其对应子空间内长方体单元的异常和, 而忽略子空间外长方体单元产生的异常; 当观测点移动, 其对应的子空间随之移动, 从而可以将地下半空间长方体模型进行大尺度模型分解, 为每一个计算点所对应的子空间进行正演计算。模型实验表明, 在 256×256×15 个长方体模型的地下半空间内选取 32×32×15 的子空间进行计算, 重力异常及部分梯度异常的相对平均误差小于 10%, 计算速度提高 19 倍; 文中方法针对 1 024×1 024×15 个长方体模型计算时间约为 32 min, 相比已有算法中存在的超常规计算量的瓶颈问题具有显著的计算优势。

**关键词:** 重力异常; Moving-footprint; 快速正演; 模型分解

**中图分类号:** P631 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-8918(2022)03-0576-09

## 0 引言

重力及其梯度异常是由于地球局部质量分布不均匀而产生的<sup>[1]</sup>。重力及其梯度异常正演是根据已知地质体的形状、产状和剩余密度等来计算异常的分布规律, 是重力勘探定量解释的基础, 其对重力反演<sup>[2-4]</sup>及辅助导航<sup>[5]</sup>都具有非常重要的意义。大规模重力及其梯度异常的正演速度决定了反演的可行性<sup>[2]</sup>, 也成为海量重力数据处理迫切需要解决的实际问题<sup>[6]</sup>。

为了提高重力及其梯度正演的计算效率, 近年来众多学者提出了多种重力或其梯度的正演方法与技术, 如 Li 等<sup>[7]</sup>应用小波变换和阈值小波系数组合

压缩重力异常正演灵敏度矩阵来减少计算量, 但仍需要对灵敏度矩阵进行计算; 秦朋波等<sup>[8]</sup>发现了规则网络情况下核函数的对称性, 并提出了一种快速计算灵敏度矩阵的计算方法; 熊光楚<sup>[9]</sup>推导了长方体单元重力异常的傅里叶变换表达式; Shin 等<sup>[10]</sup>提出了一种基于快速傅里叶变化的频率域方法, 该方法通过改进已有算法加强了运算中的周期性, 减少了运算中的数量级, 在大型数据集进行计算时可以有效提升计算效率; Wu 等<sup>[11]</sup>受偏移抽样技术的启发, 提出了重力异常正演的高斯快速傅里叶变换(Gauss-FFT)计算方法, 相比标准的快速傅里叶(FFT)正演方法, Gauss-FFT 计算精度更高、速度更快; Ren 等<sup>[12]</sup>引入了自适应快速多极子方法可对任意起伏地形的重力异常进行快速正演。在空间域,

收稿日期: 2021-08-24; 修回日期: 2022-04-02

基金项目: 四川省科技计划项目“川藏铁路沿线活动断裂航空物探识别的关键技术研究”(2021YJ0031); 中国中铁股份有限公司科技研究开发计划项目“川藏铁路复杂地质条件下航空物探技术应用研究”(CZ01-重点-05)

第一作者: 石泽玉(1998-), 女, 在读硕士生, 主要研究领域为地球物理重力勘探。Email: zeyushi2020@163.com

通讯作者: 张志厚(1983-), 男, 博士, 副教授, 主要从事地球物理正反演及深度学习研究及工作。Email: logicprimer@163.com

姚长利等<sup>[2]</sup>提出几何格架函数的方法,首先将场源划分成若干规则长方体单元,然后计算部分测点的格架函数并存储,其余测点格架函数可利用平移等效性和互换对称性直接调用,从而大大减少了计算量和存储量;陈召曦等<sup>[3]</sup>在几何格架函数方法的基础上提出了多核 CPU 加速并行计算的方法,以此提升正反演速度。张志厚等<sup>[4]</sup>提出了网格点几何格架函数的概念,该方法实质上是对几何格架函数方法进行加速。两者不同点在于几何格架函数的概念是相对于长方体单元,网格点几何格架函数的概念是相对于长方体的角点,其改进在于避免了网格点几何格架函数的多次重复计算。因此,当剖分单元足够大时,理论上网格点几何格架函数的计算效率能够提高近 8 倍。

但随着航空地球物理的发展,大面积海量重力数据面临着高精度快速处理的挑战。而以上方法只能对较少的数据量进行处理,如采用网格点几何格架函数的策略<sup>[4]</sup>对  $256 \times 256 \times 15$  的单元体进行正演至少需要 3 个多小时,当剖分单元扩大 4 倍到  $512 \times 512 \times 15$  时,其正演时间呈指数上涨,即在普通计算机上很难实现一次正演,难以满足实际生产的需求。

受航空电磁 Moving-footprint 大尺度模型分解正演技术的启发,本文提出了一种重力及其梯度异常正演的 Moving-footprint 大尺度模型分解计算方法。

文中将地下半空间规则剖分成若干长方体单元,某观测点重力及其梯度异常主要为其正下方一定范围内(子空间)的物性单元体产生,当观测点移动时,子空间跟随移动,即为“Moving-footprint”。文中划分了不同尺度的子空间进行正演计算,并将计算结果与理论结果进行对比,以此来验证方法的适用性。

## 1 重力及其梯度异常正演

重力及其梯度正演是将地下半空间剖分成若干个长方体单元(如图 1 所示),然后计算每一个长方体单元在观测点观测到的异常值,再将每一个长方体的异常值求和,得到的结果即为地下半空间内的异常<sup>[13]</sup>。单个长方体单元在观测点产生的重力异常及重力梯度异常理论计算表达为<sup>[14]</sup>式(1)~(7)。

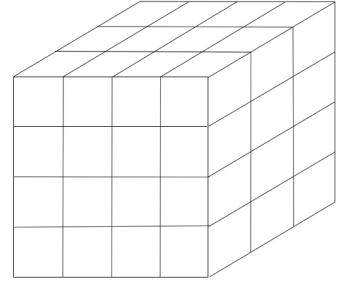


图 1 地下半空间单元划分

Fig.1 Underground half-space unit division

$$\Delta g = -G_0 \rho \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 \sum_{k=1}^2 (-1)^{i+j+k} \left[ x_i \ln(y_i + r_{ijk}) + y_j \ln(x_i + r_{ijk}) + z_k \arctan\left(\frac{z_k r_{ijk}}{x_i y_j}\right) \right], \quad (1)$$

$$U_{xx} = G_0 \rho \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 \sum_{k=1}^2 (-1)^{i+j+k} \arctan\left(\frac{y_j z_k}{x_i r_{ijk}}\right), \quad (2)$$

$$U_{yy} = G_0 \rho \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 \sum_{k=1}^2 (-1)^{i+j+k} \arctan\left(\frac{x_i z_k}{y_j r_{ijk}}\right), \quad (3)$$

$$U_{zz} = G_0 \rho \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 \sum_{k=1}^2 (-1)^{i+j+k} \arctan\left(\frac{x_i y_j}{z_k r_{ijk}}\right), \quad (4)$$

$$U_{xy} = -G_0 \rho \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 \sum_{k=1}^2 (-1)^{i+j+k} \ln(z_k + r_{ijk}), \quad (5)$$

$$U_{xz} = -G_0 \rho \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 \sum_{k=1}^2 (-1)^{i+j+k} \ln(y_j + r_{ijk}), \quad (6)$$

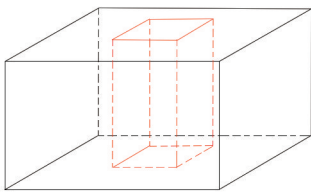
$$U_{yz} = -G_0 \rho \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 \sum_{k=1}^2 (-1)^{i+j+k} \ln(x_i + r_{ijk}). \quad (7)$$

式中:  $x_i = x - \xi_i$ ;  $y_j = y - \eta_j$ ;  $z_k = z - \zeta_k$ ;  $r_{ijk} = (x_i^2 + y_j^2 + z_k^2)^{\frac{1}{2}}$ ;  $G_0$  为万有引力常量;  $\rho$  为长方体单元密度;  $\Delta g$  为重力异常;  $U_{ab}(\alpha, \beta = x, y, z)$  为重力梯度异常。

## 2 基于 Moving-footprint 技术的重力及其梯度异常正演方法

Moving-footprint 即移动脚印技术,该技术广泛应用于航空电磁探测领域,实现了大规模航空电磁

数据的快速正反演<sup>[15-16]</sup>。Yin 等<sup>[16]</sup>将航空电磁系统的 Moving-footprint 定义为地下有限导电半空间中的某一子空间,认为该子空间整体电磁响应约为地下半空间总电磁响应的 90%,当发射接收系统移动,该子空间随之移动,即为航空电磁系统的 Moving-footprint 大尺度模型分解技术。在重力异常正演计算中应用 Moving-footprint 技术,即只考虑在距离观测点一定的范围内的网格点(子空间内)在观测点产生的异常影响(如图 2 所示),而超出选定的子空间范围的网格点由于距离太远,在观测点产生的异常影响十分微弱,在计算中可以忽略不计。文中方法与航空电磁领域的 Moving-footprint 不同之处是选取的子空间在深度上与地下半空间整体深度一致,而不是航空电磁的浅层部分深度。



注:红线包围区域为子空间

note: the area enclosed by the red line is the subspace

图 2 地下网格体子空间划分示意

Fig.2 Underground grid subspace division schematic diagram

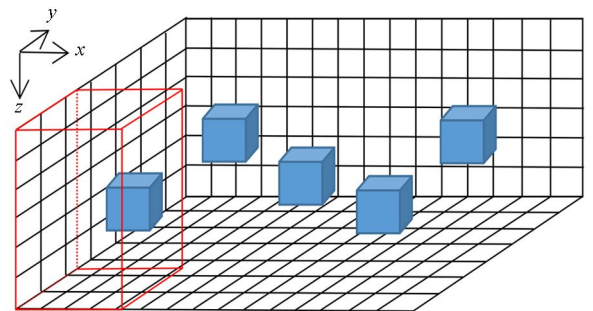
本文所提 Moving-footprint 的重力及其梯度异常正演方法是在网格点几何格架函数技术的基础上进行了改进。因此,首先在全空间内选取子空间的大小;然后计算子空间内部分测点的网格点的几何格架函数,并存储以备调用;随后计算某观测点异常时,先判断该观测点所在的子空间,再调用网格点格架函数和该子空间单元体的剩余密度,求和后获得该观测点异常;最后,利用 Moving-footprint 完成观测区域所有点的重力及其梯度异常正演,主要计算步骤:

- 1) 将地下半空间剖分为规则的长方体单元,并对单元体的剩余密度进行赋值;
- 2) 确定子空间大小,计算子空间的网格点格架函数并进行存储以备调用;
- 3) 根据观测点确定子空间的相对位置,利用平移等效性和对称互换性调用网格点几何格架函数,并利用式(1)~(7)完成该观测点重力及其梯度异常的正演计算;
- 4) 观测点移动,子空间随之移动,利用步骤 3 完成移动观测点重力及其梯度异常的正演计算;最终完成所有观测点的正演计算。

基于 Moving-footprint 技术,只计算对观测点起主要贡献的长方体单元产生的异常,从而大大减少了总运算量,提高了计算效率。

### 3 模型实验

为了检验本文所提方法的计算效果,将地下半空间剖分为  $256 \times 256 \times 15$  个长方体单元,长方体单元大小为  $0.1 \text{ km} \times 0.1 \text{ km} \times 0.1 \text{ km}$ 。采用 4 个长方体组合模型进行检验,长方体组合模型的剩余密度都为  $0.5 \text{ g/cm}^3$ ,长方体组合模型大小为  $4.0 \text{ km} \times 4.0 \text{ km} \times 0.5 \text{ km}$ ,其中心点坐标分别为  $(13.0 \text{ km}, 13.0 \text{ km}, 0.75 \text{ km})$ 、 $(20.0 \text{ km}, 6.0 \text{ km}, 0.75 \text{ km})$ 、 $(6.0 \text{ km}, 6.0 \text{ km}, 0.75 \text{ km})$  及  $(20.0 \text{ km}, 20.0 \text{ km}, 0.75 \text{ km})$ ,模型示意如图 3 所示,其中,正演计算点距为  $0.1 \text{ km} \times 0.1 \text{ km}$ 。



注:红线包围区域为计算子空间,蓝色立方体区域为异常体区域  
note: the area surrounded by the red line is the calculation subspace, and the blue cube is the gravity anomaly area

图 3 模型示意

Fig.3 Model diagram

通过式(1)~(7)利用网格点几何格架函数方法<sup>[4]</sup>计算获得重力及其梯度异常。图 4 所示为选取  $256 \times 256$  全空间计算所得准确的地下异常体正演结果,其与地下异常体一一对应。采用  $32 \times 32$ 、 $24 \times 24$  及  $16 \times 16$  的子空间分别计算,获得重力及其梯度异常的结果分别如图 5~图 7 所示,各子空间的计算时间如表 1 所示,以及全空间与各子空间的计算时间比如图 8 所示。

由图 4~图 8 可以看出:①随着子空间范围的缩小,运算时间随之缩短,大大提高了计算效率;②子空间计算范围缩小,计算精度下降。

为了评价本文所提方法的精度,将子空间为  $32 \times 32$  的计算结果(图 5)与理论值(图 4)相减,其结果如图 9 所示。可以看出误差值基本上在零值附近。

为了定量评价误差的大小,文中统计了重力及

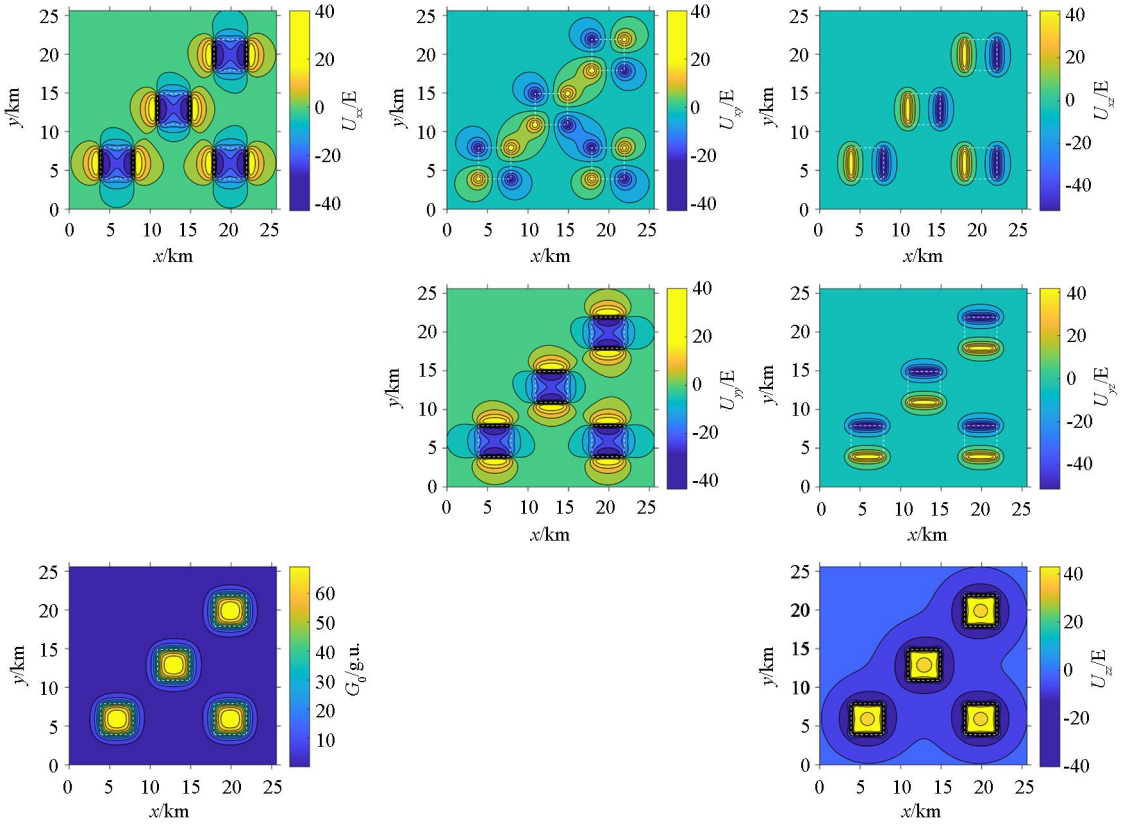


图 4 256×256 全空间运行结果

Fig.4 256×256 full space operation result

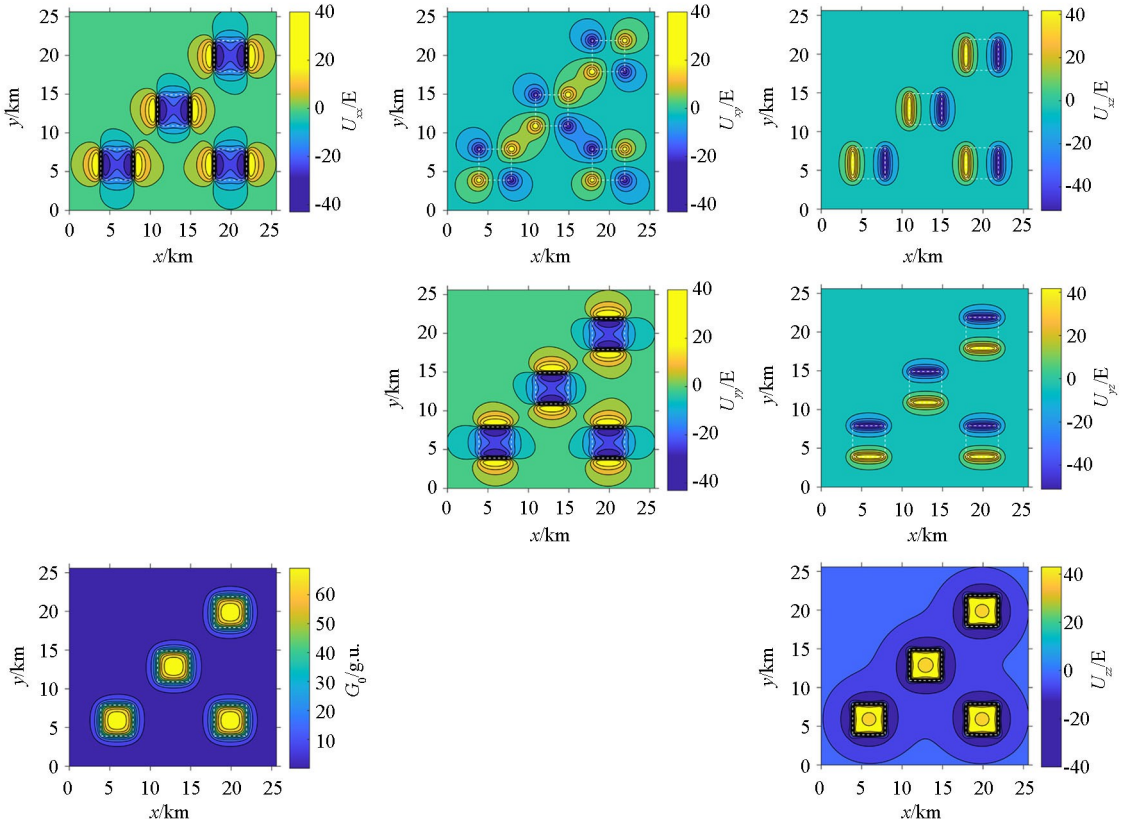


图 5 32×32 子空间运行结果

Fig.5 32×32 subspace operation result

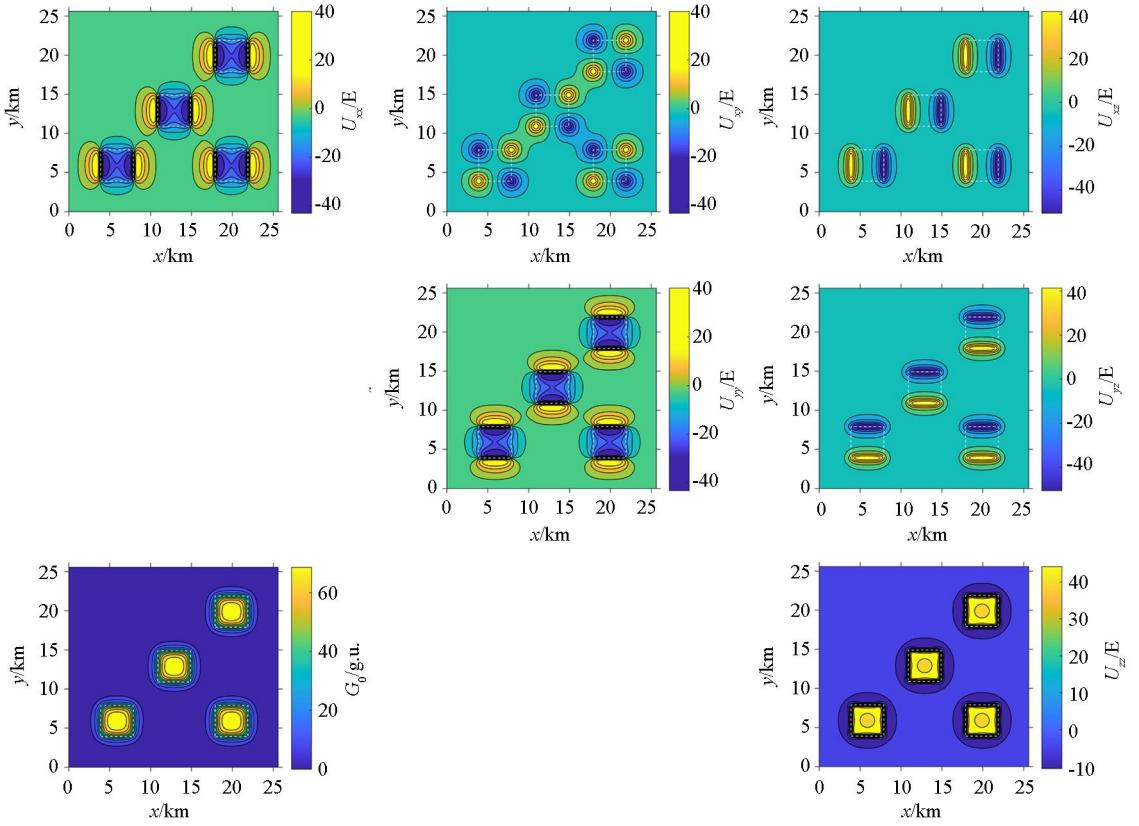


图 6 24×24 子空间运行结果

Fig.6 24×24 subspace operation result

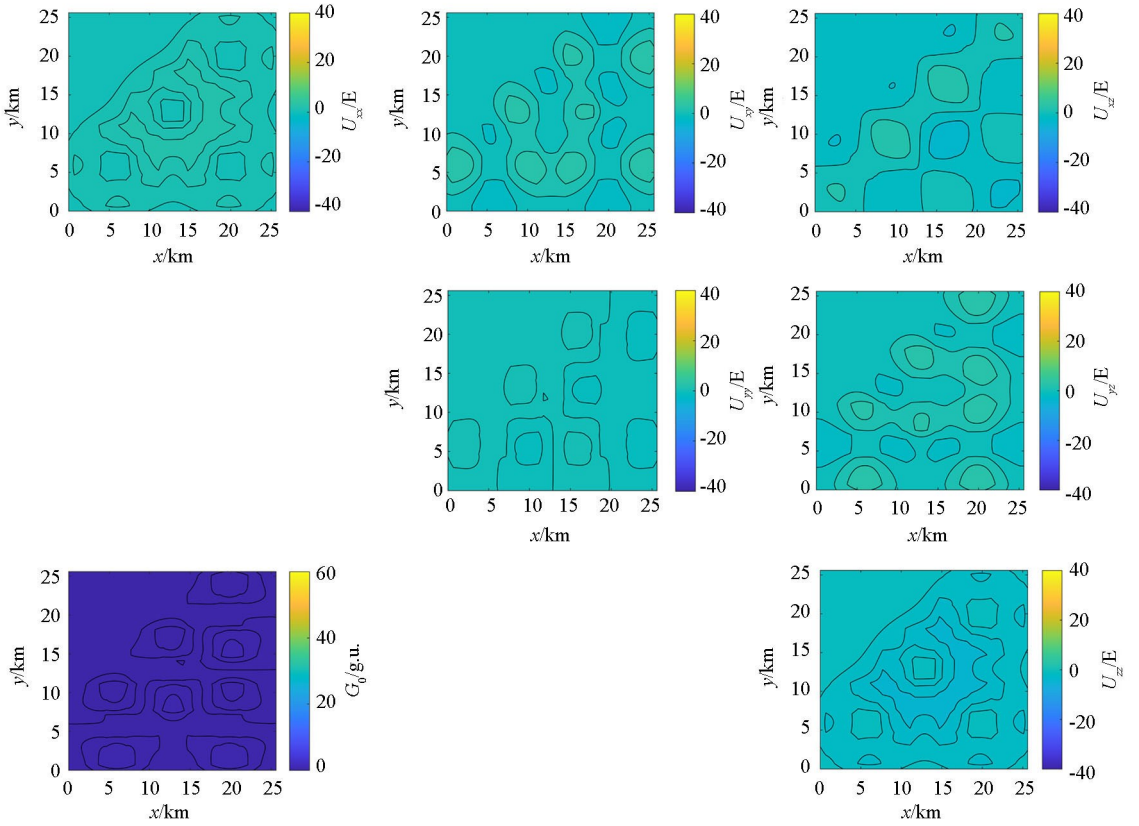
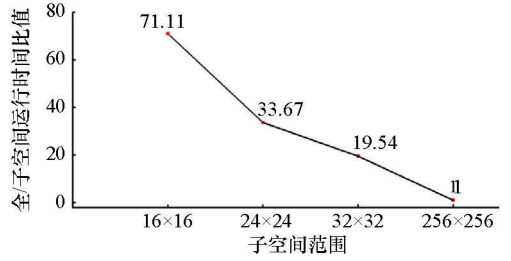


图 7 16×16 子空间运行结果

Fig.7 16×16 subspace operation result

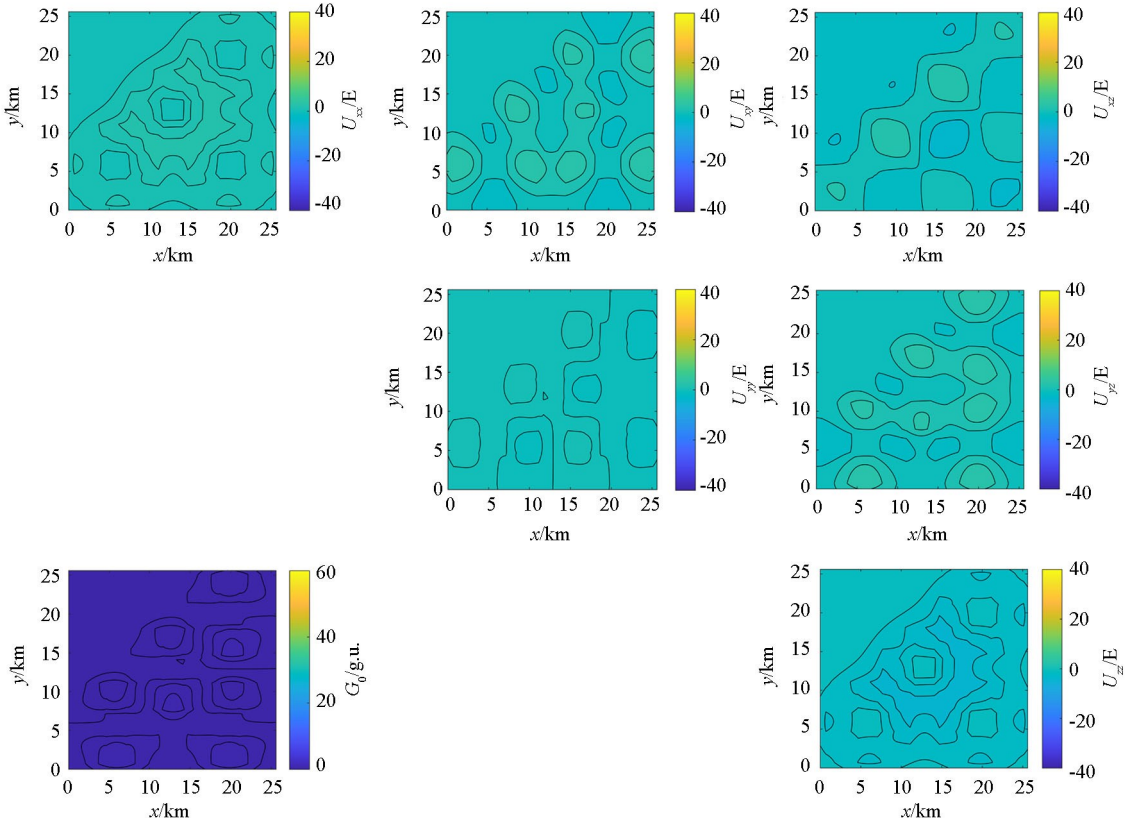
**表 1 256×256 全空间不同子空间运行时间**  
**Table 1 Running time of different subspaces in the whole space**

选取子空间大小	运行时间/s
16×16	151.9600
24×24	320.8600
32×32	553.1300
256×256	10806



**图 8 全/子空间运算时间比值**

**Fig.8 Full/subspace operation time ratio**



**图 9 256×256 全空间与选取 32×32 子空间计算误差**

**Fig.9 256×256 full space and selected calculated 32×32 subspace error**

其梯度异常的最大、最小值,以及计算结果与理论值误差的均值和均方差(如表 2 所示)。均值公式为:

$$A_n = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}, \quad (8)$$

式中: $a_1, a_2, \dots, a_n$  为计算结果与理论值的误差矩阵元素; $n$  为矩阵所包含的元素的数量。

均方差的公式为:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2}{n}}, \quad (9)$$

式中: $\bar{a}$  为计算结果与理论值误差所得矩阵所有元素的均值; $n$  为矩阵所包含元素的数量。

由表 2 可得,重力异常计算值与理论值误差的

均值与均方差分别为 1.326 5 g.u.、0.717 5 g.u., 相比其理论最大值(72.127 g.u.)、最小值(0.089 6 g.u.) 的范围,误差相对较小。

为了进一步定量衡量计算结果的精度,文中同时也统计了子空间 32×32 计算结果的均方差和平均相对误差(如表 3 所示),计算结果的均方差公式为:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [x_i - (x_*)_i]^2}{n}}, \quad (10)$$

式中: $x_i$  为子空间各观测点计算结果; $(x_*)_i$  为全空间各观测点计算结果; $n$  为观测点数量。理论值与其平均值的均方偏差为:

表 2 全空间重力及其梯度异常最大、最小值及计算值与理论值误差的均值和均方差

Table 2 Maximum and minimum values of gravity and gradient anomalies in full-space calculations Mean and mean square deviation of error between calculated value and theoretical value

数据	$U_0/(g.u.)$	$U_{xx}/E$	$U_{xy}/E$	$U_{xz}/E$	$U_{yy}/E$	$U_{yz}/E$	$U_{zz}/E$
256×256 全空间 勘探结果最大值	72.1270	17.8441	19.0480	42.8058	17.8441	42.8058	43.7269
256×256 全空间 勘探结果最小值	0.0896	-25.1108	-18.8929	-42.8058	-25.1108	-42.8058	-10.1804
计算值与理论值 误差的均方差	0.7175	1.2194	1.2663	0.4103	1.2193	0.4113	0.8841
计算值与理论值 误差的均值	1.3265	0.8269	0.0245	0.0179	0.8327	-0.0136	-1.6595

论结果的平均值;  $n$  为观测点数量。则平均相对误差为:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [(x_*)_i - \bar{x}_*]^2}{n}}, \quad (11)$$

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{\delta} \times 100\%。 \quad (12)$$

式中:  $(x_*)_i$  为采用全空间计算的理论结果;  $\bar{x}_*$  为理

表 3 32×32 子空间计算结果的均方差和平均相对误差

Table 3 The mean square error and average relative error of the 32×32 subspace calculation results

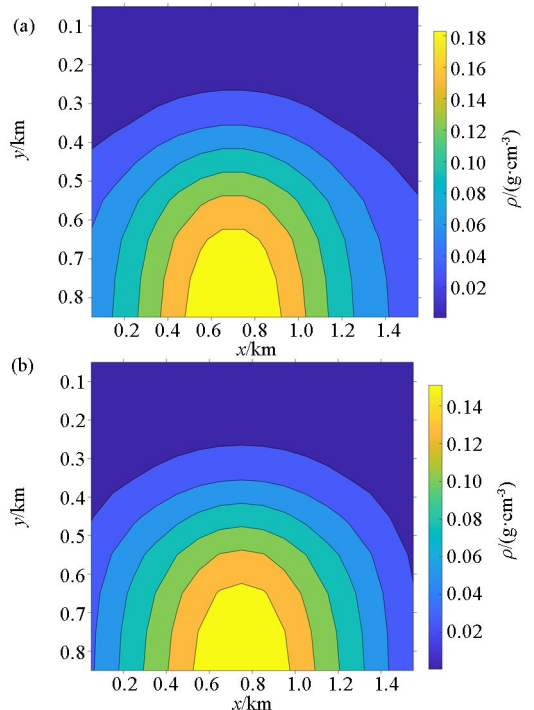
数据	$U_0/(g.u.)$	$U_{xx}/E$	$U_{xy}/E$	$U_{xz}/E$	$U_{yy}/E$	$U_{yz}/E$	$U_{zz}/E$
均方差	1.5081	1.4733	1.2665	0.4107	1.4765	0.4115	1.8803
平均相对误差	9.01%	19.90%	29.09%	4.76%	19.94%	4.77%	15.47%

由表 3 可得: 32×32 子空间计算所得结果中重力异常和  $U_{xz}$ 、 $U_{yz}$  两个梯度异常所得结果的精度较高。重力异常的平均相对误差为 9.01%,  $U_{xz}$ 、 $U_{yz}$  的平均相对误差数值在 5% 以下, 另  $U_{zz}$ 、 $U_{xx}$ 、 $U_{yy}$  的平均相对误差数值在 20% 以下,  $U_{xy}$  的平均相对误差数值为 29.09%。通过表 3, 并结合表 2 中理论最大值和最小值, 可以看出, 重力及部分重力梯度异常计算结果误差较小。

### 4 反演结果对比

有限内存拟牛顿方法已被证明在解决重力及其梯度正演中具有一定的优势性<sup>[8]</sup>。因此应用有限内存拟牛顿方法对 Moving-footprint 方法的计算效果进行检验。为验证本文所提正演方法在计算中的优势, 采用文中方法与文献[4]所提正演方法在反演中的效果进行对比。首先选择较小空间的数据集进行运算。全空间网格剖分为 16×16×9, 子空间为 8×8×9。模型为一长方体模型, 大小为 500 m×500 m×500 m, 顶面埋深为 500 m, 剩余密度为 1 g/cm<sup>3</sup>。分别应用现有计算方法与本文所提 Moving-footprint 方法得出的计算结果如图 10 所示。

正演方法和本文方法这两种计算方式所需的时



a—原始方法; b—Moving-footprint 方法

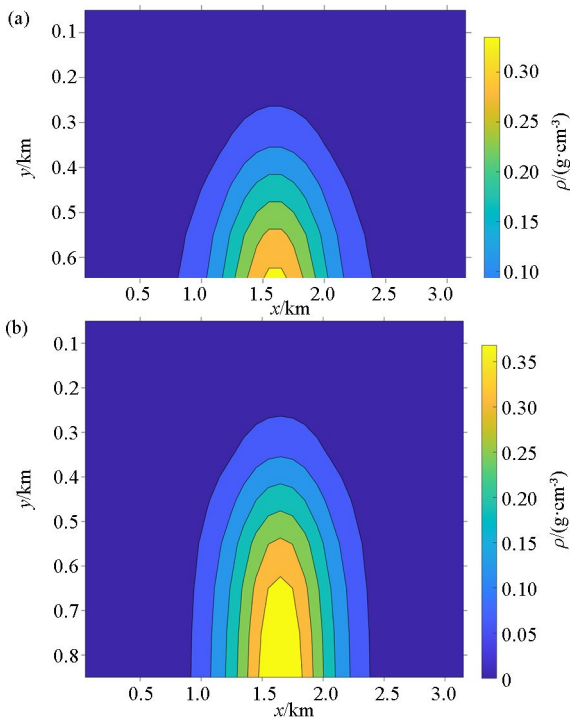
a—the result obtained by the original method; b—the result obtained by applying the Moving-footprint method

图 10 全空间 16×16×9 不同方法反演结果

Fig.10 Inversion results of different methods in full space 16×16×9

间分别为:29.222 s、26.602 s。由此可知应用 Moving-footprint 方法可以降低运算时间。当选择  $32 \times 32 \times 9$  的全空间进行计算时,所得结果如图 11 所示,现有方法计算所需时间为 1 543.53 s,而在应用 Moving-footprint 方法后,计算时间为 703.25 s,因此应用 Moving-footprint 技术对计算效率进行了提升,且随着模型空间剖分数量的增加,反演的计算效率有显著提升。

当选择更大模型剖分空间进行反演时,如  $256 \times 256 \times 9$ ,嵌套已有的正演算法无法完成迭代过程。而嵌套本文所提 Moving-footprint 技术可以有效完成对大尺度模型的反演计算,迭代 1 次所需时间约为 30 min。



a—原始方法;b—Moving-footprint 方法

a—the result obtained by the original method;b—the result obtained by applying the Moving-footprint method

图 11 全空间  $32 \times 32 \times 9$  不同方法反演结果

Fig.11 Inversion results of different methods in full space  $32 \times 32 \times 9$

## 5 结论与建议

本文借鉴航空电磁正演计算的“Moving-footprint”技术,提出了基于“Moving-footprint”重力及其梯度异常的正演计算方法。该方法选择全空间范围内的一定子空间,只计算存储在子空间范围内的网格点的格架函数,即只考虑子空间范围内的计算点在观测点产生的重力及其梯度异常。在保证一定的

计算精度的同时,缩短了运算时间,提升了计算效率。

海量重力数据线性迭代反演时,初步迭代应用“Moving-footprint”技术选取合适的子空间大小,提升了计算效率。从而使得大范围全空间重力及其梯度异常正反演计算成为可能。

## 参考文献 (References):

- [1] Hackney R I, Featherstone W E. Geodetic versus geophysical perspectives of the “gravity anomaly” [J]. *Geophysical Journal International*, 2003, 154(1): 35–43.
- [2] 姚长利,郝天璠,管志宁,等.重磁遗传算法三维反演中高速计算及有效存储方法技术[J].*地球物理学报*,2003,46(2):252–258.
- [3] Yao C L, Hao T Y, Guan Z N, et al. High-speed computation and efficient storage in 3D gravity and magnetic inversion based on genetic algorithms [J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2003, 46(2): 252–258.
- [4] 陈召曦,孟小红,郭良辉.重磁数据三维物性反演方法进展[J].*地球物理学进展*,2012,27(2):503–511.
- [5] Chen Z X, Meng X H, Guo L H. Review of 3D property inversion of gravity and magnetic data [J]. *Progress in Geophysics*, 2012, 27(2): 503–511.
- [6] 张志厚,廖晓龙,曹云勇,等.基于深度学习的重力异常与重力梯度异常联合反演[J].*地球物理学报*,2021,64(4):1435–1452.
- [7] Zhang Z H, Liao X L, Cao Y Y, et al. Joint gravity and gravity inversion based on deep learning [J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2021, 64(4): 1435–1452.
- [8] 杨文采,施志,侯遵泽,等.离散小波变换与重力异常多重分解[J].*地球物理学报*,2001,44(4):534–541.
- [9] Yang W C, Shi Z, Hou Z Z, et al. Discrete wavelet transform and multiple decomposition of gravity anomaly [J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2001, 44(4): 534–541.
- [10] Vajda P, Vančiek P, Novák P, et al. Secondary indirect effects in gravity anomaly data inversion or interpretation [J]. *Journal of Geophysical Research*,2007,112(B6):B06411(1–11).
- [11] Li Y, Oldenburg D W. Fast inversion of large-scale magnetic data using wavelet transforms and a logarithmic barrier method [J]. *Geophysical Journal International*, 2003, 152(2): 251–265.
- [12] 秦朋波,黄大年.重力和重力梯度数据联合聚焦反演方法[J].*地球物理学报*,2016,59(6):2203–2224.
- [13] Qin P B, Huang D N. Intergrated gravity and gravity gradient data focusing inversion [J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2016, 59(6): 2203–2224.
- [14] 熊光楚.重、磁场三维傅里叶变换的若干问题[J].*地球物理学报*,1984,27(1):103–109.
- [15] Xiong G C. Several problems of three-dimensional Fourier transform of gravity and magnetic field [J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 1984, 27(1): 103–109.
- [16] Shin Y H, Choi K, Xu H. Three dimensional forward and inverse models for gravity fields based on the Fast Fourier Transform[J].



- Computers & Geosciences, 2006, 32(6): 27-738.
- [11] Wu L Y, Tian G. High-precision Fourier forward modeling of potential fields [J]. Geophysics, 2014, 79(5): G59 - G68.
- [12] Ren Z Y, Tang J T, Kalscheuer T, et al. Fast 3-D large-scale gravity and magnetic modeling using unstructured grids and an adaptive multilevel fast multipole method [J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 2017, 122(1): 79 - 109.
- [13] 姚长利, 郑元满, 张聿文. 重磁异常三维物性反演随机子域法方法技术[J]. 地球物理学报, 2007, 50(5): 1576 - 1583.
- Yao C L, Zheng Y M, Zhang Y W. 3-D gravity and magnetic inversion for physical properties using stochastic subspaces [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2007, 50(5): 1576 - 1583.
- [14] 舒晴, 朱晓颖, 周坚鑫, 等. 矩形棱柱体重力梯度张量异常正演计算公式[J]. 物探与化探, 2015, 39(6): 1217 - 1222.
- Shu Q, Zhu X Y, Zhou J X, et al. Forward calculation formula for the anomaly of gravity gradient tensor of rectangular prism [J]. Physical and Geochemical Exploration, 2015, 39(6): 1217 - 1222.
- [15] Cox L H, Wilson G A, Zhdanov M S. 3D inversion of airborne electromagnetic data using a moving footprint [J]. Exploration Geophysics, 2010, 41(4): 250 - 259.
- [16] Yin C, Huang X, Liu Y, et al. Footprint for frequency-domain airborne electromagnetic systems [J]. Geophysics, 2014, 79(6): E243 - E254.

## Moving-footprint-based large-scale model decomposition method for forward modeling of gravity and gravity gradient anomalies

SHI Ze-Yu<sup>1</sup>, ZHANG Zhi-Hou<sup>1,2</sup>, LIU Peng-Fei<sup>1</sup>, FAN Xiang-Tai<sup>1</sup>

(1. Faculty of Geosciences and Environmental Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China; 2. Ministry of Education Key Laboratory of High-speed Railway Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

**Abstract:** The computational efficiency of the forward modeling for gravity and gravity gradient anomalies determines the feasibility of inverse modeling. It also forms the basis for the efficient building of sufficient and diverse deep learning sample data. Inspired by the application of moving-footprint—a fast forward modeling method in the aerospace electromagnetic field and based on the fast space-domain forward modeling of geometric lattice functions of grid points, the authors proposed a computation method for the forward modeling of gravity and gravity gradient anomalies by applying “moving-footprint”, aiming to further improve the speed of the forward calculation for gravity and gravity gradient anomalies. Specifically, this method selects the subspace in a certain effective range directly below an observation point in the underground half-space. The observation point anomaly approximates the total anomalies of the cuboid units in the corresponding subspace while ignoring the anomalies produced by the cuboid units outside the subspace. When the observation point moves, the corresponding subspace moves accordingly. Therefore, the large-scale underground half-space cuboid model can be decomposed into the subspace corresponding to each calculation point for the forward calculation. As shown by the results of a model test, when  $32 \times 32 \times 15$  subspace was selected in the underground half-space of a  $256 \times 256 \times 15$  rectangular parallelepiped model for calculation, the relative average error of gravity anomalies and partial gradient anomalies was less than 10% and the calculation speed was increased by 19 times. Moreover, the calculation time of  $1024 \times 1024 \times 15$  rectangular parallelepiped model is approximately 32 minutes. Compared with the existing algorithms with a bottleneck in the ultra-conventional calculations, the method proposed in this study has significant advantages regarding computation.

**Key words:** gravity anomaly; moving-footprint; fast forward modeling; model decomposition

(本文编辑:王萌)