

DOI:10.16031/j.cnki.issn.1003-8035.2017.01.14

采空塌陷区地表裂缝发育规律分析

王云广¹, 郭文兵^{1,2}

(1. 河南理工大学能源科学与工程学院, 河南 焦作 454000;

2. 煤炭安全生产河南省协同创新中心, 河南 焦作 454000)

摘要: 为研究开采沉陷覆岩移动地表裂缝的发育状况, 论文基于沉陷盆地主断面移动变形特征, 将地表移动变形影响区划分为拉伸区、压缩区和先拉伸后压缩区, 并分析了各区的裂缝发育特征; 先拉伸后压缩区合理解释了裂缝的自修复现象; 运用下沉曲线计算模型借助于数学计算软件, 计算了沉陷盆地主断面下沉曲线的长度, 提出了基于下沉曲线长度计算判断采动拉伸区裂缝发育的方法; 从理论上推断了一定条件下压缩区地表可产生挤压凸起, 结合工程实例, 分析了地表裂缝的发育特征。

关键词: 下沉盆地主断面; 地表移动变形; 地表裂缝; 开采沉陷; 特征研究

中图分类号: TD803

文献标识码: A

文章编号: 1003-8035(2017)01-0089-07

Analysis of ground crack laws of mining subsidence

WANG Yunguang¹, GUO Wenbing^{1,2}

(1. School of Energy Science and Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo, Henan 454000, China;

2. Collaborative Innovative Center of Coal Safety Production in Henan Province, Jiaozuo, Henan 454000, China)

Abstract: In order to study the cracks distribution characteristics on the surface of subsidence basin, subsidence basin zone was divided into tensile zone, compression zone and composite-affected zone according to the surface movement and deformation characteristics of the major cross-section subsidence curve. And the phenomenon of cracks self-repair was explained reasonably in terms of composite-affected zone. The length of subsidence curve of major cross-section subsidence basin was calculated with the subsidence curve model and mathematical software, so the new method that judgment crack development was raised base on length of subsidence curve, and the extrusion fold phenomenon would be produce under certain conditions in compression zone was analyzed also. Combined with an engineering example, the development characteristics of the cracks over the gob were calculated and analyzed.

Keywords: major cross-section of subsidence basin; ground movement and deformation; ground crack; mining subsidence fracture; characteristic study

0 引言

矿业是对地质环境影响最大的产业, 采煤引起

的地表裂缝是开采沉陷对地表破坏的常见形式之一^[1-2]。我国煤炭开采量居世界第一, 煤矿地裂缝也最多^[3]。伴随着我国东部矿区资源的衰竭, 对西

收稿日期: 2016-03-10; 修订日期: 2016-05-16

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(U1261206); 国家自然科学基金资助项目(51374092)

第一作者: 王云广(1981-), 男, 河南延津人, 在读博士, 从事煤矿开采损害与保护及“三下”采煤技术研究。E-mail: mwang110@126.com

部煤炭等资源的依赖越来越强,西部地区煤炭资源分布广泛、埋藏较浅、地表生态脆弱^[4],由煤炭开采引起的一系列生态问题日趋严重,已成为煤炭采区的共性问题^[5]。采动裂缝造成地下水流系统的改变和含水层的疏干,还对植被根系发育、生长产生严重影响^[6],并造成地下水渗漏和水位下降,改变地下水径流条件,减少地表水体面积,严重破坏了区内地质环境,加剧地表浅表层的水土流失^[7-10]。本文从分析沉陷盆地主断面移动变形特征及变形性质分区入手,通过计算地表下沉后对采前原岩地表的拉伸量,结合采空区地表覆岩(土体或岩层)自身抗拉特性,给出了一种判定下沉盆地拉伸裂缝发育的新方法,这为判断采动裂缝发育提供了新手段,这对我国煤炭资源合理开发、水土保持、生态环境安全治理及可持续发展等具有积极意义。

1 下沉盆地主断面拉伸及压缩变形分区

主断面下沉曲线拉伸、压缩区域的划分可根据对应水平变形曲线特征进行。水平变形曲线上,水平变形值 ε 大于零对应的横轴区域为覆岩移动变形的拉伸区,水平变形值 ε 小于零对应的横轴区域为覆岩移动变形的压缩区。对于水平煤层,非充分采动时,水平变形曲线有三个极值,两个相等的正极值和一个负极值,正极值表示最大拉伸量,负值表示最大压缩量;最大拉伸位于边界点和拐点之间,最大压缩位于最大下沉点处;边界点和拐点处水平变形为零;充分采动时下沉曲线的拉伸区,水平变形 ε 与非充分采动时相同;在压缩区,水平变形曲线形态由“V”型演化为“W”型;超充分采动时,下沉曲线呈平底盆地装,其对应的水平变形 ε 在开采边界附近时与充分采动类似,但在下沉曲线盆底的中部,出现了一定宽度的先拉伸后压缩影响(复合影响)区域。图1和图2为按照超充分采动时主断面下沉及水平变形划分的地表移动变形的主断面和全盆地拉伸、压缩区域的划分。

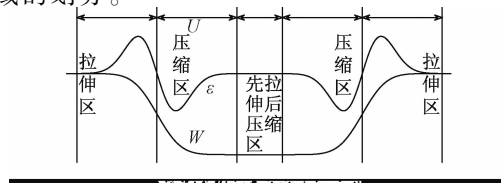


图1 超充分采动主断面拉伸区和压缩区分布

Fig.1 Tensile and compression zone of supercritical mining

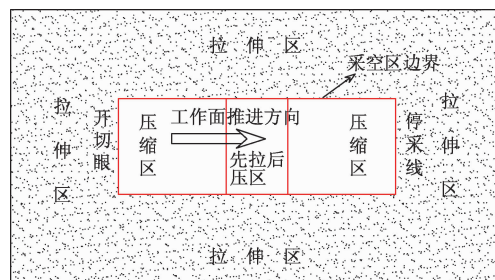


图2 超充分采动全盆地拉伸区和压缩区分布

Fig.2 Tensile and compression zone of supercritical subsidence basin

2 基于主断面变形特征的地表裂缝发育分析

地表裂缝产生是由于岩层中积累的拉应力超过岩体或土地的抗拉强度,导致岩体或土体被拉断,继而产生开裂或切落。根据国内外采矿经验^[2] 深厚比 H/m 小于 30 时,采动过程中地表沉陷和变形在空间和时间上都有明显的不连续特征,特别是在浅埋深厚煤层开采时更容易在地表形成裂缝。

2.1 主断面下沉对地表的拉伸

为研究覆岩下沉对地表产生的水平拉伸,选取超充分采动下沉曲线为研究对象,因超充分采动包含地表移动变形的各个过程(非充分和充分)。图3为超充分采动下沉曲线的分析模型, L_1 为下沉曲线两侧水平移动为 0 的 A、B 两点间的水平距离; L_2 为下沉曲线两侧水平移动为 0 的点间下沉曲线的长度。

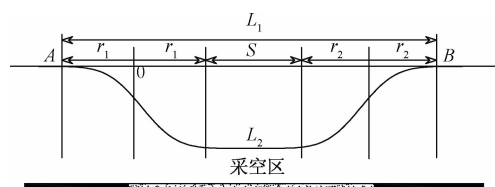


图3 下沉曲线分析模型

Fig.3 Subsidence curve analysis model

定义:

$$\Delta L = |L_1 - L_2| \quad (1)$$

式中: ΔL —— L_1 在下沉曲线 L_2 上的拉伸量/m。

$$P = \frac{|L_1 - L_2|}{L_1} = \frac{\Delta L}{L_1} \% \quad (2)$$

式中: P —— L_1 在下沉曲线 L_2 上的拉伸率。

2.2 拉伸裂缝判定

将覆岩承受的单位长度拉伸致裂特征^[11] 用 ε_0 表示,单位 mm/m,则理论上主断面下沉曲线对原岩的拉

变形符合公式(3)时,地表不出现裂缝,当符合公式(4)时,地表出现裂缝。

$$L_2 \leq L_1(1 + 0.001\varepsilon_0) \quad (3)$$

不出现裂缝。

$$L_2 > L_1(1 + 0.001\varepsilon_0) \quad (4)$$

出现裂缝。

2.3 采动裂缝分区变形特征

采动裂缝出现的能量来源是采空区覆岩经复杂运移传递至地表产生对地表的拉伸或剪切作用。因此,采动裂缝多出现在拉伸区。根据拉伸压缩区域的划分,非充分和充分采动时,在采空区边界附近的拉伸区会出现拉伸裂缝。对于超充分采动,在下沉盆地上出现了平底盆地,在盆底区域的移动变形复合影响区(平底部分先经受拉伸后经受压缩作用)。因此采动裂缝即出现在边界拉伸区域和平底中心区域的复合影响区。理论上在压缩区由于不承受拉伸作用,一般不出现拉伸裂缝,这是由覆岩抗压特性远大于抗拉伸特性决定的。但实际观测中压缩区也有裂缝存在,这可能是因覆岩周期破断引发的覆岩剪切破断或松散层受水平方向的挤压引起的挤压凸起。

采空区外边缘的裂缝位于拉伸变形区,此区域分布的裂缝往往为永久性裂缝^[12];在采空区走向和倾向上,采空区地表覆岩(或松散层)在走向和倾向两个方向上向采空区的几何中心移动,由于两个方向移动变形的共同作用,故裂缝在平面分布上,非充分采动和充分采动时的裂缝分布近似于“O”型^[13],而对于超充分开采,裂缝区域的分布近似于“椭圆形”。

在超充分采动的平底区,由于先经受拉伸后经压缩,故该区域的裂缝将经历裂缝出现直至该地质条件下的最大宽度和深度,之后将在压缩变形下,裂缝宽度逐渐收缩甚至闭合,但一般仍留有裂缝痕迹。即该区域的裂缝呈现“裂缝出现→宽度逐渐发育→裂缝宽度至最大→裂缝宽度变小→裂缝发育停止或闭合”的“生命周期”过程。这是因在回采过程中覆岩先在拉伸应力的作用下发生周期破断,之后由于工作面不断推进,该区域由经受拉伸应力逐渐转换成压缩应力的缘故。对采空区覆岩这一受力过程的分析,从理论上解释了采空区动态裂缝自修复至闭合的现象。裂缝的周期破断间距,可参考文献[14]等给出的方法获得。

2.4 地表裂缝与覆岩破坏的关系

煤炭开采后采空区上覆岩层在重力作用下发生由

下至上的垮落破断,已有研究成果^[15-17]将采空区覆岩破坏划分为“二带”、“三带”和“四带”模式。近年通过对高强度开采覆岩破坏的观测,发现某些高强度开采由于煤层埋深小、采厚大、推进速度快等原因,理论计算^[18]及现场观测均发现覆岩破坏可直达地表,工作面发生溃砂、漏风等现象。这是由于在采空区上覆岩内出现了自采空区直接顶至地表的贯通裂缝,覆岩出现了整体性垮落。根据开采沉陷学对覆岩破坏分带的定义,因仅出现垮落带,未出现裂隙带和弯曲下沉带,即在覆岩上部仅有“一带”发育。基于以上分析认为在某些埋深较小、煤层厚度大的区域,采空区覆岩可能发生整体性的垮塌,此时覆岩的破坏类型为“一带”模型。根据覆岩破坏特征,当覆岩破坏为“一带”和“两带”模型时,采动裂缝以剪切型裂缝为主;当覆岩破坏属于“三带”和“四带”模型时,采动裂缝以拉伸型裂缝为主。

3 主断面下沉曲线长度计算

开采沉陷预计的概率积分法理论^[19]认为,非充分、充分和超充分采动都可用半无限开采经叠加表示。半无限开采下沉和水平变形模型见图4。

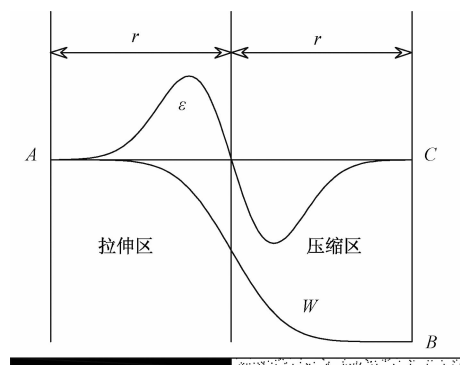


图4 下沉曲线长度计算模型

Fig. 4 Calculation model of subsidence curve length

半无限开采下沉曲线的表达式见公式(5):

$$W(x) = \frac{W_0}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{\pi} x}{r} \right) + 1 \right] \quad (5)$$

式中: W_0 ——地表最大下沉/mm。

根据对弧长的曲线积分(第一类曲线积分)理论^[20],曲线 L_2 长度(半无限下沉曲线上AB的长度)的计算式为:

$$L_2 = \int_L W(x, \varphi(x)) ds \quad (6)$$

$$\text{即: } L_2 = \int_{-r}^r W(x) \sqrt{1 + W'^2(x)} dx \quad (7)$$

L_2 的计算可借助数学软件如 Mathematica^[21] 等进行。

4 工程实例

4.1 区域地质概况

哈拉沟煤矿 22407 工作面长 284.3 m, 推进长 3 224.1 m, 煤层厚度 3.8 ~ 5.7 m, 平均 5.39 m, 煤层倾角 $1^\circ \sim 3^\circ$, 工作面上覆基岩厚 35 ~ 98.5 m, 平均 88.94 m, 松散层厚 40 ~ 69 m, 平均 42 m, 平均埋深 130.94 m, 基本顶为粉细砂岩, 成份主要是石英、长石, 具有波状层理, 厚度大于 20 m; 直接顶为中细砂岩, 成份为石英、长石, 泥质胶结, 厚度 18.47 ~ 44.1 m, 平均 25.4 m; 开采方法为单一长壁后退式综合机械化采煤, 全部垮落法管理顶板。

4.2 地表移动变形及预计参数

为观测 22407 工作面地表移动和变形, 考虑到工作面为超充分采动, 因此在工作面走向和倾向主断面上, 各布设了半条互相垂直的普通地表移动观测站。经对观测数据的处理, 获得了工作面采动后的稳态地表移动变形及其拟合曲线(图 5 ~ 图 8)和概率积分法预计参数(表 1)。由图 5 ~ 图 8 知, 工作面地表下沉及水平移动变形规律性明显, 或是受区域地形及数据采集精度等因素的影响, 下沉的拟合精度高于水平变形数据的拟合精度。

4.3 地表裂缝发育及分布特征

(1) 22407 工作面主断面下沉曲线的拉伸长度。由下沉曲线长度计算理论, 计算得 22407 工作面走向和倾向方向上下沉曲线对地表的拉伸量 ΔL_1 、 ΔL_2 分别为 81 mm (对应的走向主要影响半径 $r = 103$ m) 和 70 mm (对应的倾向下山主要影响半径 $r_1 = 87$ m)。因此走向和倾向方向的下沉曲线拉伸率 P 分别为 0.78 mm/m 和 0.80 mm/m。走向方向拉伸区内最大水平移动值达 906 mm; 倾向方法拉伸区最大水平变形达 25 mm/m。

(2) 裂缝发育的判断。22407 工作面地表覆盖 40 ~ 69 m 厚的风积沙, 采空区上覆岩层厚度仅为 35 ~ 98.5 m。风积沙粘性颗粒含量少, 松散的堆积在一起, 具有天然的无聚性和非塑性, 且抗剪性极差, 其在采空区覆岩运移过程中是作为覆岩的载荷存在的, 与覆岩变形同步。水平方向上, 由前述的计算知, 在移动变形影响范围内, 地表承受的拉伸率 P 为 0.8 mm/m, 根据前述公式(4)及文献[10]所述材料抵抗拉伸特性(泥浆为 0.7 mm/m)。由

于 $0.8 \text{ mm/m} > 0.7 \text{ mm/m}$, 因此判断 22407 工作面开采后地表将有裂缝发育。竖直方向上, 计算的导水裂隙带高度^[17]在 54.75 ~ 79.65 m 之间, 而 22407 工作面覆岩厚度为 35 ~ 98.5 m, 由此可知在竖直方向上, 导水裂隙带发育高度在部分区域大于上覆岩层的厚度, 可知导水裂隙带的裂缝将在地表发育。

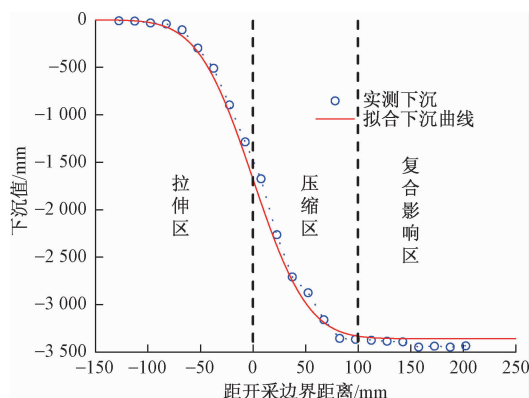


图 5 走向下沉及其拟合曲线

Fig. 5 Subsidence and its fitting curve along strike

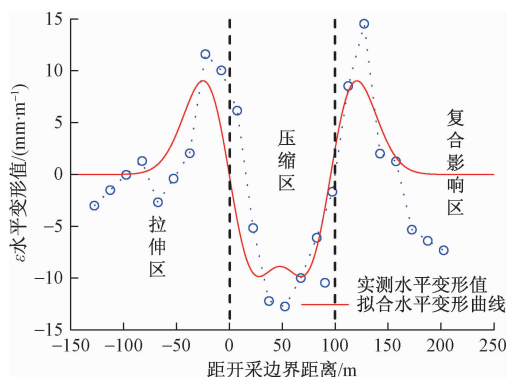


图 6 走向水平变形及其拟合曲线

Fig. 6 Horizontal strain and its fitting curve along strike

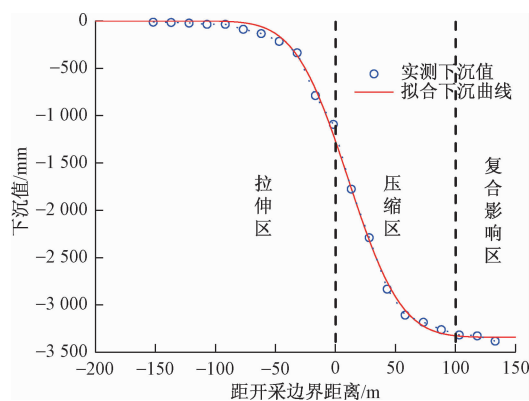


图 7 倾向实测下沉及其拟合曲线

Fig. 7 Subsidence and its fitting curve along dip

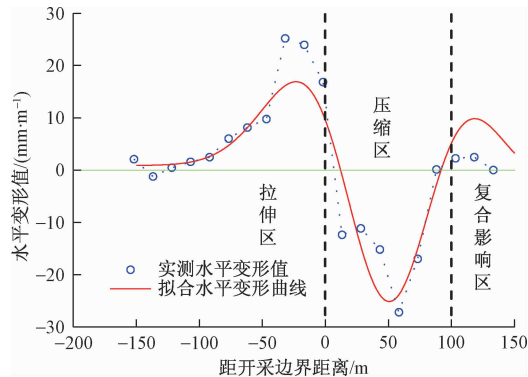


图 8 倾向实测水平变形及其拟合曲线

Fig. 8 Horizontal strain and its fitting curve along dip

表 1 22407 工作面地表移动变形概率积分法预计参数

Table 1 Probability integral method predicting parameters of 22407

观测站名称	q	$\tan\beta$	$\tan\beta_1$	$\tan\beta_2$	b	$\theta_0/(^{\circ})$	S_1/m	S_2/m	S_3/m	S_4/m
22407 工作面观测站	0.64	1.27	1.73	1.49	0.31	88.6	12.1	9.7	10.6	10.6

(3) 地表裂缝的实测发育特征

拉伸区裂缝特征:采空区边界附近,因承受拉伸作用,加之煤层埋深小、煤层开采厚度大、推进速度快等因素,调查中发现该区域内裂缝具有宽度大(0.3 ~ 0.5 m)、剪切台阶落差大(0.4 ~ 0.9 m)、深度大(最深 3.5 m 左右)、裂缝发育密集(两剪切台阶仅相距 2 ~ 3 m)、近似平行于采空区边界分布。该区域内的裂缝不具备自修复现象,一般为永久裂缝;裂缝在开采边界附近整体呈现“O”型,局部呈“C”型或“弧线”型;该区域内裂缝以拉伸、剪切为主。工作面地表裂缝的平面分布见图 9、台阶裂缝见图 10。

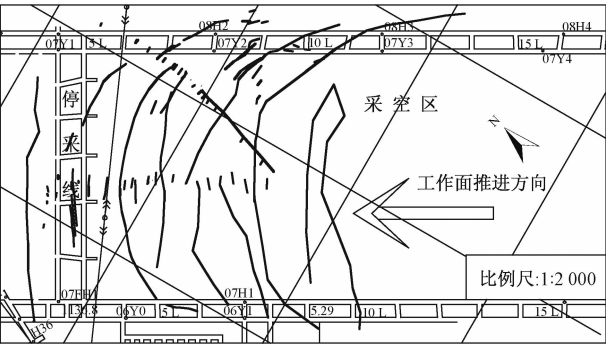


图 9 采空区地表裂缝平面分布

Fig. 9 Fractures plane distribution on the surface

压缩区裂缝特征:一般来说压缩区地表裂缝发育是由覆岩的周期破断垮落引发的,因该区域承受水平方向上的压缩,使得压缩区内的裂缝发育一般较小,裂缝间距比拉伸区稍大。理论上分析应存在



图 10 地表拉伸区的台阶裂缝

Fig. 10 Steps cracks in tensile zone

的挤压凸起变形,通常情况下较少出现,只有在地表变形量大、地表覆岩松散等的情况下才能发育。本次地表采动裂缝调研中,在地表移动变形压缩区观测到了规律明显的挤压凸起现象(图 11),其发育特征为在相隔 10 ~ 16 m 出现 3 ~ 6 条凸起高度在 0.6 m 左右,长度在 30 ~ 50 m 左右方向与工作面回采方向垂直的挤压凸起带。同时在两挤压凸起之间,还发育 2 ~ 5 条宽度在 50 mm 左右的方向大致与挤压凸起一致的裂缝。压缩区即有挤压凸起又有裂缝发育,说明该区域覆岩在移动变形中受挤压和顶板周期破断的双重影响。



图 11 采空区地表压缩区的挤压凸起

Fig. 11 Compression-uplift on the compression zone

先拉伸后压缩区裂缝特征:该区域内裂缝一般先出现在工作面推进位置的前方,理论上当工作面推过裂缝的正下方后该位置发育的裂缝受力情况由拉伸即转换为压缩,区域内裂缝属动态裂缝。动态裂缝宽度和落差一般较小,近似呈直线分布,方向与工作面平行或垂直于工作面的推进方向,长度与工作面的采宽相近。裂缝范围随采空区的扩大而不断增大,动态裂缝主要受采动过程中的拉应力而产生,压缩应力而闭合

(自修复)。调研发现较大的动态裂缝两侧存在 200 ~ 450 mm 的落差,裂缝走向与工作面推进方向近似垂直,每隔 10 ~ 15 m (该距离同顶板周期来压的步距基本一致)发育一条 150 ~ 400 mm 宽的大裂缝;在两大裂缝之间,近乎均匀间隔 3 ~ 5 m 发育着数条 50 ~ 150 mm 宽的中等宽度裂缝;在中等宽度裂缝之间,分布着宽 0 ~ 50 mm 的规律性不明显的小裂缝。调查中还发现由于风积沙的流动性及地表移动变形过程中的先拉伸、后压缩的复合作用,该区域内的地表裂缝一般具有明显的自修复能力。

5 结论

(1) 通过对地表移动变形规律的分析,按照地表承受拉伸、压缩作用的不同,将移动变形区域划分为拉伸区、压缩区和先拉伸后压缩(复合影响)三个变形区。

(2) 提出了基于计算下沉盆地主断面下沉曲线长度,判断覆岩移动拉伸区地表裂缝发育的方法。

(3) 理论上分析了压缩区内地表挤压凸起的存在及其发育特征,并在裂缝现场调查中得到了印证。

(4) 运用所述方法结合工程实际,分析了地表裂缝分布及发育特征;该方法为类似采矿地质条件下采动地表裂缝判别及工程治理提供了新手段。

参考文献:

- [1] 吴越,白华. 矿区人居环境安全问题研究——以谭家山煤矿为例[J]. 中国安全科学学报, 2009, 19(11): 12 - 17 + 178.
WU Yue, BAI Hua. Study on habitat environmental security aro-undmines: with Tanjiashan Coalmine as an example[J]. China Safety Science Journal, 2009, 19(11): 12 - 17 + 178.
- [2] 胡青峰,崔希民,袁德宝,等. 厚煤层开采地表裂缝形成机理与危害性分析[J]. 采矿与安全工程学报, 2012, 29(6): 864 - 869.
HU Qingfeng, CUI Ximin, YUAN Debao, et al. Formation mechanism of surface cracks caused by thick seam mining and hazard analysis[J]. Journal of Mining and Safety Engineering, 2012, 29(6): 864 - 869.
- [3] 马施民,王洋,杨雯,等. 山西煤矿潞安矿区地裂缝发育特征及形成机理分析[J]. 中国地质灾害与防治学报, 2014, 25(1): 28 - 32.
MA Shimin, WANG Yang, YANG Wen, et al. Characteristics of ground fissures development and formation mechanism in Lu'an mining area, Shanxi province [J]. The Chinese Journal of Geological Hazard and Control, 2014, 25(1): 28 - 32.
- [4] 汤伏全. 西部厚黄土层矿区开采沉陷预计模型[J]. 煤炭学报, 2011, 36(S1): 74 - 78.
TANG Fuquan. Mining subsidence prediction model in western thick loess laye rmining areas [J]. Journal of China Coal Society, 2011, 36(S1): 74 - 78.
- [5] 钱鸣高,缪协兴,许家林. 资源与环境协调(绿色)开采[J]. 煤炭学报, 2007, 32(1): 1 - 7.
QIAN Minggao, MIAO Xiexing, XU Jialin. Green mining of coal resources harmonizing with environment [J]. Journal of China Coal Society, 2007, 32(1): 1 - 7.
- [6] 王力,卫三平,王全九. 榆神府煤田开采对地下水和植被的影响[J]. 煤炭学报, 2008, 33(12): 1408 - 1414.
WANG Li, WEI Sanping, WANG Quanjui. Effect of coal exploitation on ground water and vegetation in the Yushenfu Coalmine [J]. Journal of China Coal Society, 2008, 33(12): 1408 - 1414.
- [7] 范立民. 陕北地区采煤造成的地下水渗漏及其防治对策分析[J]. 矿业安全与环保, 2007, 34(5): 62 - 64.
FAN Limin. Underground water seepage caused by coalmining and its prevention and control measures in north Shanxi region [J]. Mining Safety & Environmental Protection, 2007, 34(5): 62 - 64.
- [8] 冀瑞君,彭苏萍,范立民,等. 神府矿区采煤对地下水循环的影响——以窟野河中下游流域为例[J]. 煤炭学报, 2015, 40(4): 938 - 943.
JI Ruijun, PENG Suping, FAN Limin, et al. Effect of coal exploit-tation on groundwater circulation in the Shenfu mine area: an example from middle and lower reaches of the Kuye river basin[J]. Journal of China Coal Society, 2015, 40(4): 938 - 943.
- [9] 马雄德,范立民,张晓团,等. 榆神府矿区水体湿地演化驱动力分析[J]. 煤炭学报, 2015, 40(5): 1126 - 1133.
MA Xiongde, FAN Limin, ZHANG Xiaotuan, et al. Driving force analysis for water and wetlands evolution at Yushenfu mining area[J]. Journal of China Coal Society, 2015, 40(5): 1126 - 1133.
- [10] 王晋丽,康建荣,胡晋山. 采煤地裂缝对水土资源的影响研究[J]. 山西煤炭, 2011, 31(3): 27 - 30.
WANG Jinli, KANG Jianrong, HU Jinshan. Influential research of mining ground fissures on water

- and soil resources [J]. Shanxi Coal, 2011, 31(3): 27-30.
- [11] 邹友峰, 邓喀中, 马伟民. 矿山开采沉陷工程[M]. 中国矿业大学出版社, 2003: 51+252.
- ZOU Youfeng, DENG Kazhong, MA Weimin. mining subsidence engineering [M]. China University of Mining and Technology Press, 2003: 51+252.
- [12] 朱国宏, 连达军. 开采沉陷对矿区地表裂缝的采动累积效应分析[J]. 中国安全生产科学技术, 2012, 8(5): 47-51.
- ZHU Guohong, LIAN Dajun. Analysis on mining-induced cumulative effective of surface cracks in mining areas [J]. Journal of Safety Science and Technology, 2012, 8(5): 47-51.
- [13] 刘辉, 何春桂, 邓喀中, 等. 开采引起地表塌陷型裂缝的形成机理分析[J]. 采矿与安全工程学报, 2013, 30(3): 380-384.
- LIU Hui, HE Chungui, DENG Kazhong, et al. Analysis of for ming mechanism of collapsing ground fissure caused by mining [J]. Journal of Mining and Safety Engineering, 2013, 30(3): 380-384.
- [14] 钱鸣高, 缪协兴, 许家林, 等. 岩层控制的关键层理论[M]. 中国矿业大学出版社, 2003: 17-27.
- QIAN Minggao, MIAO Xiexing, XU Jialin, et al. The key strata theory in ground control [M]. China University of Mining and Technology Press, 2003: 17-27.
- [15] 顾秀根, 王家臣, 李红涛, 等. 综放条件下垮落直接顶“两带”分布高度研究[J]. 中国安全生产科学技术, 2010, 6(2): 113-117.
- GU Xiugen, WANG Jiachen, LI Hongtao, et al. Study on “Two Zones” distribution height of caving immediate roof in top coal caving [J]. Journal of Safety Science and Technology, 2010, 6(2): 113-117.
- [16] 张燕, 纪洪广, 王金安. 基于“三带”理论的沉陷区边坡失稳过程分析[J]. 金属矿山, 2012, 47(3): 42-44.
- ZHANG Yan, JI Hongguang, WANG Jinan. Analysis of the instability process for slopes in subsidence area based on the three-zone theory [J]. Metal Mine, 2012, 47(3): 42-44.
- [17] 夏小刚, 黄庆享. 基于“四带”划分的弯曲下沉带岩层移动预计模型[J]. 岩土力学, 2015, 36(8): 2255-2260.
- XIA Xiaogang, HUANG Qingxiang. A prediction model for continuous deformation zone movement based on “four zones” division [J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(8): 2255-2260.
- [18] 国家煤炭工业局. 建筑物、水体、铁路及主要井巷煤柱留设与压煤开采规程[S]. 煤炭工业出版社, 2000: 110-111.
- Coal Industry Administration of the People's Republic of China. Building, water, railway and main roadway and coalmining regulations [S]. Coal Industry Publishing House, 2000: 110-111.
- [19] 郭文兵, 柴华彬. 煤矿开采损害与保护[M]. 煤炭工业出版社, 2008: 18-23.
- GUO Wenbing, CHAI Huabin. Coal mining damage and protection [M]. Coal Industry Publishing House, 2008: 18-23.
- [20] 同济大学数学教研室. 高等数学(第四版)下册[M]. 高等教育出版社, 1996: 152-159.
- Tongji University Mathematics Teaching and Research Section. Higher mathematics (Fourth Edition) Volume II [M]. Higher Education Press, 1996: 152-159.
- [21] 丁大正. Mathematica 基础与应用[M]. 电子工业出版社, 2013: 65-68.
- DING Dazheng. The foundation and application of mathematica [M]. Publishing House of Electronics Industry, 2013: 65-68.